ORSAY
n° d'ordre : 3039

UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée
pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR 3e CYCLE
SPECIALITE : PHYSIQUE DES GAZ ET DES PLAMAS

par

M. HERSCOVICI Alain

SUJET :
ETUDE LINEAIRE DU FAISCEAU ELECTRONIQUE ET DU CIRCUIT DANS UN GYROTRON

soutenue le : 23 juin 1981 devant la Commission d'examen

MM. DELCROIX, Président
BUZZI
MOURIER
SCHMITT
BOBIN

ETUDE LINEAIRE DU FAISCEAU ELECTRONIQUE ET DU CIRCUIT DANS UN GYROTRON

A. HERSCOVICI

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Ce travail rentre dans le cadre d'une étude effectuée avec le soutient de la DRET à la Division Tubes Electroniques (DTE) de la THOMSON-CSF.

Je remercie M. Ph. GUIDEE qui a obtenu l'accord de la DRET pour la diffusion de ce mémoire.

Je suis heureux d'exprimer ici ma vive gratitude à M. G. MOURIER qui m'a accuelli dans son équipe pour diriger ce travail et m'a initié aux calculs et aux mesures appliqués aux tubes électroniques hyperfréquences.

Je remercie M. G. FAILLON qui a su créer, au sein de l'équipe Gyrotron, une ambiance sympathique ainsi que MM. Ph. BOULANGER, G. EGLOFF et R. CHAMINAND qui m'ont apporté leur soutient et leurs conseils.

Je suis très reconnaissant à M. JM. BUZZI de l'école polytechnique d'avoir apporté une analyse critique lors de la rédaction finale.

Je remercie également la THOMSON-CSF qui a mis à ma disposition tous les moyens nécessaires à la réalisation de ce travail et particulièrement le service informatique sous la direction de M. G. MONTARIOL qui, avec l'aide de M. P. CHARBIT, m'ont aidé à la mise au point des programmes de calcul.

Mes remerciements s'adressent enfin aux services de mécanique, de dessin, de documentation, de secrétariat et de reproduction qui m'ont apporté leur aide technique et plus particulièrement M. R. GUILBERT et Melle C. SCHIMPF qui ont fait preuve d'une grande gentillesse et d'une grande patiente pour la mise en forme de ce mémoire.

TABLE DES MATIERES

	Pages
I. INTRODUCTION	1
- Présentation de l'exposé	12
II. ETUDE LINEAIRE DU FAISCEAU ELECTRONIQUE	14
- Introduction	15
II.1. Dynamique du faisceau électronique	16
II.2. Calcul du courant d'accrochage avec un champ électronique sinusoïdal	22
II.2.1. Introduction	22
II.2.2. Linéarisation des équations du mouvement	23
II.2.3. Expression du tenseur de susceptibilité électrique	25
II.2.4. Calcul de la polarisation électrique lors de l'interaction	26
II.2.5. Courant d'accrochage	29
II.3. Théorie linéaire self-consistante en charge d'espace	34
II.3.1. Introduction	
II.3.2. Conditions du problème	37
II.3.3. Polarisation magnétique	37
II.3.4. Equations différentielles de propagation des champs	38
II.3.5. Solutions des équations de propagation	42
II.3.6. Etablissement d'une équation transcendante	43
II.3.7. Calcul sans champ de charge d'espace	43
II.3.8. Mode de propagation du guide	44
II.3.9. Transformation de LORENTZ	45

.../...

II.3.10. Courbe de dispersion : interprétation 46

II.3.11. Approximation algébrique de l'équation de dispersion 48

II.3.12. Méthode numérique de résolution de l'équation transcendante 49

II.3.13. Solutions numériques 50

II.3.14. Interprétation des résultats numériques 56

II.3.15. Conclusion 59

III. ETUDE DU CIRCUIT 61

- Introduction 62

III.1. Impédance ramenée par le cornet 63

III.2. Mesures à froid 74

III.2.1. Introduction 74

III.2.2. Cavité résonnante fermée 76

- à la ligne de mesure 76

- à l'analyseur de réseau 79

III.2.3. Système cavité-cornet 79

- principe de la mesure 79

- mesure 79

- interprétation des résultats 82

III.2.4. Conclusion 90

IV. CONCLUSION GENERALE DE L'ETUDE 91

APPENDICES

A. - Constante du mouvement 92

B. - Champ électromagnétique dans une cavité cylindrique 95

C. - Expression des charges et des courants à l'aide des polarisations électrique et magnétique 96

D. - Polarisation magnétique 97

E. - Détermination de n et ν 98

F. - Coefficient de surtension de la cavité 99

BIBLIOGRAPHIE 101

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547318_0009

LISTE DES SYMBOLES UTILISES

$\bar{B}_0$: champ magnétique statique

$\bar{H}$: champ magnétique HF

$\bar{E}$: champ électrique HF

m_0 : masse au repos de l'électron

m : masse d'un électron mobile

$\beta_\perp$: vitesse transverse/célérité de la lumière

$\beta_{//}$: vitesse parallèle/célérité de la lumière

$-e$: charge d'un électron

Ω_0, ω_0 : fréquence cyclotronique de l'électron au repos, fréquence de résonance du circuit

ω_c : fréquence cyclotronique relativiste de l'électron

n : harmonique de la fréquence cyclotronique, indexation des particules en imputation, indice des fonctions de LEGENDRE et BESSEL

ω : fréquence angulaire du champ HF

T : période du champ HF

R, Φ, Z : coordonnées de la cavité cylindrique

r, φ, z : coordonnées du faisceau électronique décentré

x, y, z : coordonnées cartésiennes

$\Lambda(0)$: phase des électrons à l'origine (entrée de la cavité)

$\mu = \gamma \beta_\perp$: moment transverse normalisé d'un électron

X_0 : état d'équilibre (t = o) de toutes les quantités

$\delta X, X_1$: état perturbé

$\bar{\bar{\chi}}$: tenseur de susceptibilité électrique dans le plan transverse

$\bar{P}$: polarisation électrique

p : argument de la transformation de LAPLACE

$\bar{M}$: polarisation magnétique

ω_p : fréquence plasma

.../...

ρ_0, n : densité électronique

E_m : champ électrique longitudinal maximal

$\beta_0 = \frac{e E_m}{m_0 \omega c}$: amplitude de champ normalisée

J, J_{e^-} : courant électronque

S : surface transverse du faisceau électronique

$dV = S dz$: élément de volume

L : longueur de la cavité cylindrique

V_1, I_1, V_2, I_2 : tensions et courant de modes respectivement en l'abscence et en présence du faisceau électronique

E_1, E_2 : champ électrique HF respectivement en l'abscence et en présence du faisceau électronique

W : énergie HF emmagasinée dans la cavité cylindrique

$\delta\omega$: décalage en fréquence

$\tau = \omega t$:

v : vitesse des électrons

k : constante de propagation

ω_{cut}, k_{cut} : fréquence et propagation de coupure

$\bar{\nabla}$: gradient

d, D : dimensions en coordonnées cartésiennes

$\theta = k_{\omega t} d$:

$\varphi = k_{\omega t} D$:

ρ, φ, θ : coordonnées sphériques

θ : angle du cornet de sortie

m, n, p : indices azimutal , radial et longitudinal des modes

Z_c, Z_0 : impédances du cornet et du vide

υ_{mn} : racine nième ($\neq$ 0) de la fonction de BESSEL d'ordre n

$\nu = \frac{\upsilon_{mn}}{\theta}$:

$Z_c = R_c + jX_c$:

.../...

Q_0, Q_{ex} : coefficient de surtension de la cavité

Q_T :

ρ : rapport d'ondes stationnaires (ROS)

β :

λ_0 : longueur d'onde de résonance du circuit

I, I_{acc} : courant de faisceau, courant d'accrochage

f : fonction de la longueur, la vitesse longitudinale, la fréquence du circuit, la fréquence cyclotronique

INTRODUCTION

Il est utile, avant d'entreprendre une étude particulière du gyrotron, de rappeler les principes de base qui ont amené à sa réalisation en 1965 par GAPONCV et al /1/.

RQ TWISS /2/ a défini, le premier en 1958, les critères propres à créer une instabilité du type synchrotron créé par l'interaction d'un champ électromagnétique et d'une distribution d'électrons libres.

J. SCHNEIDER /3/ confirme en 1959, par une analyse quantique (en négligeant les effets de spin), que la courbe d'absorption à la résonance cyclotron présente une partie négative (émission) pour une distribution d'électrons libres.

Il prévoit, à partir de cet effet, un nouveau type de maser qui ne nécessiterait pas d'onde de pompe ou d'opération basse-température. Le premier maser, fonctionnant sur ce principe, a été expérimenté par HIRSHFIELD et WACHTEL en 1964 (expériences à 5 kV fournissant 10 mW à 5,8 GHz).

Suivent, à partir de là, un ensemble d'études théoriques et expérimentales, en particulier celles de FLYAGIN, PETELIN en URSS, qui obtiennent 1,1 MW à 100 GHz avec des impulsions de 100 µs et 0,3 MW à 86 GHz en régime continu, et celles de GRANASTEIN, JORY aux USA ; ce dernier obtient 250 kW à 23 GHz et 80 kW avec de très longues impulsions.

Un historique détaillé est développé dans la thèse de B. ETLICHER /4/, de même dans l'article de HIRSHFIELD et GRANASTEIN /5/.

C'est donc l'aspect relativiste du phénomène qui est à la base du gyrotron.

J. SCHNEIDER /3/ utilise la non-équidistance des niveaux électroniques lorsque les électrons sont en présence d'un champ magnétique longitudinal uniforme et constant.

Soit Ω_0, cette fréquence cyclotronique et B le champ magnétique, nous avons : $\Omega_0 = - \frac{qB}{m_0}$

soit : $\Omega_0 = \frac{eB}{m_0}$ pour des électrons

Et, bien entendu, dans le cas relativiste :

$$\omega_c = \frac{eB}{m_0 \gamma}$$ avec $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$

où v est la vitesse électronique

Remarque : nous nous plaçons volontairement dans le repère lié au faisceau électronique, l'interaction se faisant pratiquement dans le plan transverse.

La résonance cyclotron apparaît ainsi pour :

$$\omega \simeq n \omega_c$$ avec n entier ($\neq 0$) et ω fréquence du champ électromagnétique régnant dans la cavité d'interaction.

Il est en fait nécessaire de réaliser la condition :

$$\omega > \omega_c \qquad (n = 1)$$

qui conduit à un regroupement en phase des électrons qui assure le rendement énergétique du tube (le regroupement en phase peut être assimilé à l'inversion de population nécessaire au milieu actif d'un laser ou d'un maser pour assurer l'émission stimulée et donc l'amplification).

Pour illustrer ce phénomène, nous pouvons suivre le développement de l'instabilité pour une cavité et un profil de champs connus.

La figure 0 est un schéma de tube gyrotron. Le canon électronique est constitué d'une cathode portée à un potentiel de -80 kV et d'une anode à -40 kV.

Des électrons sont ainsi émis. Une bobine de contre champ, située à ce niveau, assure la directivité initiale du faisceau électronique. Ce dernier est à nouveau accéléré par le corps relié à la masse.

.../...

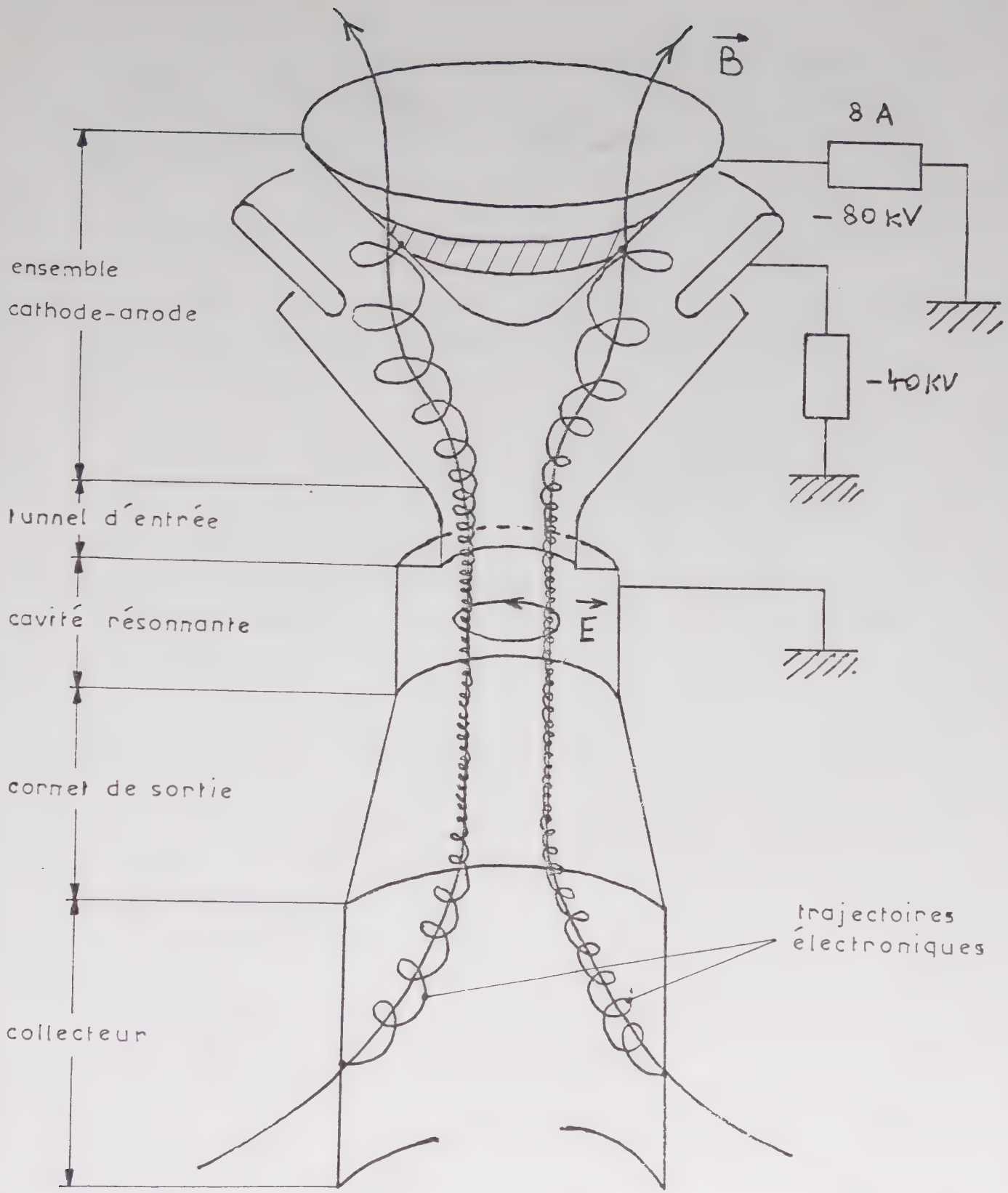


Fig. 0 : Schéma d'un Oscillateur Gyrotron

Les électrons traversent ensuite un tunnel, dotté d'absorbants afin d'atténuer les modes parasites en retour, puis la cavité d'interaction où règnent un champ électrique HF et un champ magnétique statique uniforme produit par une focalisateur supraconducteur.

L'interaction électrons-champ HF se situe principalement à ce niveau.

Un cornet de sortie couplé à la cavité permet d'en extraire l'énergie. Les électrons débouchent finalement sur un collecteur vers lequel le champ magnétique les fait converger.

Les calculs d'optique, relatifs aux trajectoires électroniques, ont permis, en fonction de la géométrie de l'ensemble cathode-anode et des tensions accélératrices, d'ajuster les valeurs de champ magnétique afin d'obtenir un faisceau homogène qui pénètre dans la cavité au premier maximum du champ électrique du mode TE_{021}. Le rapport de la vitesse électronique longitudinale sur la vitesse électronique transversale est égal à 2.

Regardons tout d'abord les positions successives des électrons dans l'espace des phases, le long de la cavité pour un profil de champ constant (fig. 1) ; nous reviendrons plus loin aux hypothèses et approximation qui conduisent à l'établissement d'un système simplifié d'équations du mouvement.

Les différentes figures représentent les positions de 12 électrons tout le long du circuit. Ces électrons sont uniformément répartis à l'entrée de la cavité ($x = \omega t / \pi T = 0$)

.../...

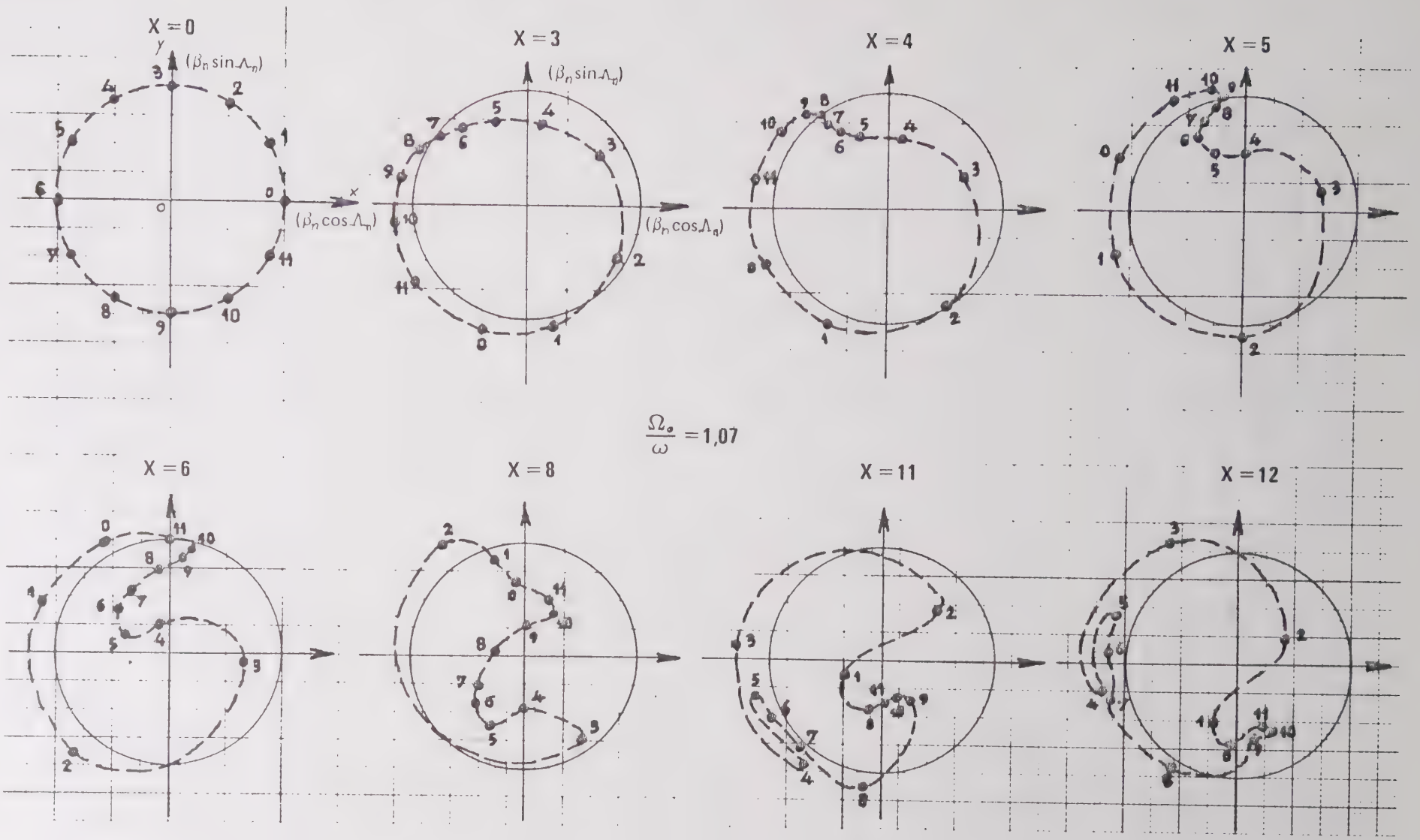


Fig.1: Développement de l'instabilité le long de la cavité (calculs non linéaires)

Les champs électriques en phase et en quadrature de phase sont respectivement dirigés suivant Oy et Ox ; dans l'exemple choisi pour une fréquence du champ électromagnétique légèrement supérieure à la fréquence cyclotronique, l'instabilité apparaît à partir de la troisième période, puis la mise en phase des électrons suivant Oy est réalisée vers la sixième période. Enfin, les électrons cèdent leur énergie cinétique au champ jusqu'à la neuvième période pour la reprendre ensuite.

Les différentes étapes du développement de l'instabilité cyclotronique sont résumées sur la figure 2 où nous avons tracé, dans l'espace des phases, les courants. Le calcul numérique est effectué avec 12 électrons.

L'abscisse représente le courant total (normalisé) en quadrature de phase :

$$\frac{1}{12} \sum_{1}^{12} \beta_{\perp n} \cos \Lambda_n$$

L'ordonnée représente le courant total (normalisé) en phase :

$$\frac{1}{12} \sum_{1}^{12} \beta_{\perp n} \sin \Lambda_n$$

Nous avons également traduit en énergie totale (normalisée) (fig. 3) les différentes étapes.

On constate effectivement un rendement maximal (42,5%) autour de 9 périodes (9.375 pour être exact).

Enfin, on peut suivre l'évolution des électrons dans l'espace des phases.

En effet, on montre que l'énergie des électrons est liée de manière univoque à la phase Λ (constante du mouvement, cf. appendice A).

Un exemple graphique est représenté sur la figure 4 pour des périodes X = 0, 6, 10. Les paramètres sont ceux utilisés précédemment.

.../...

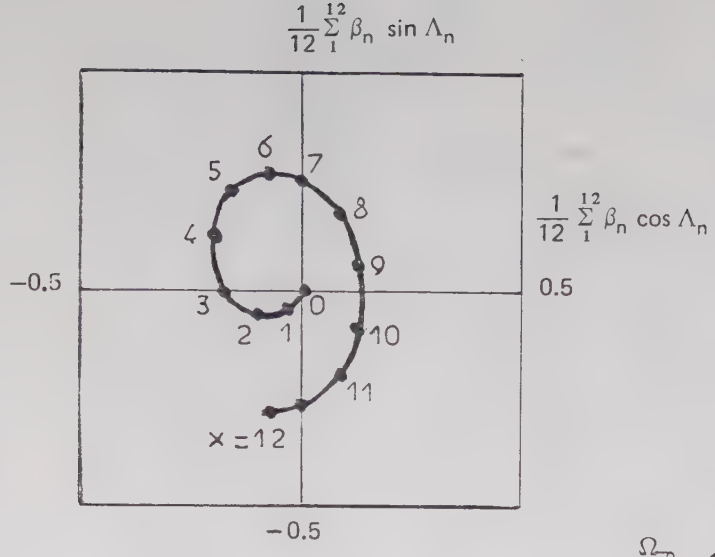


Fig. 2 : Courants électroniques en phase et en quadrature de phase

$\frac{\Omega_o}{\omega} = 1.07$

$\beta_\perp = 0.5$ $\gamma_o = 1.155$

$g = 0.02$

$(E\lambda_o = 65\ kV)$

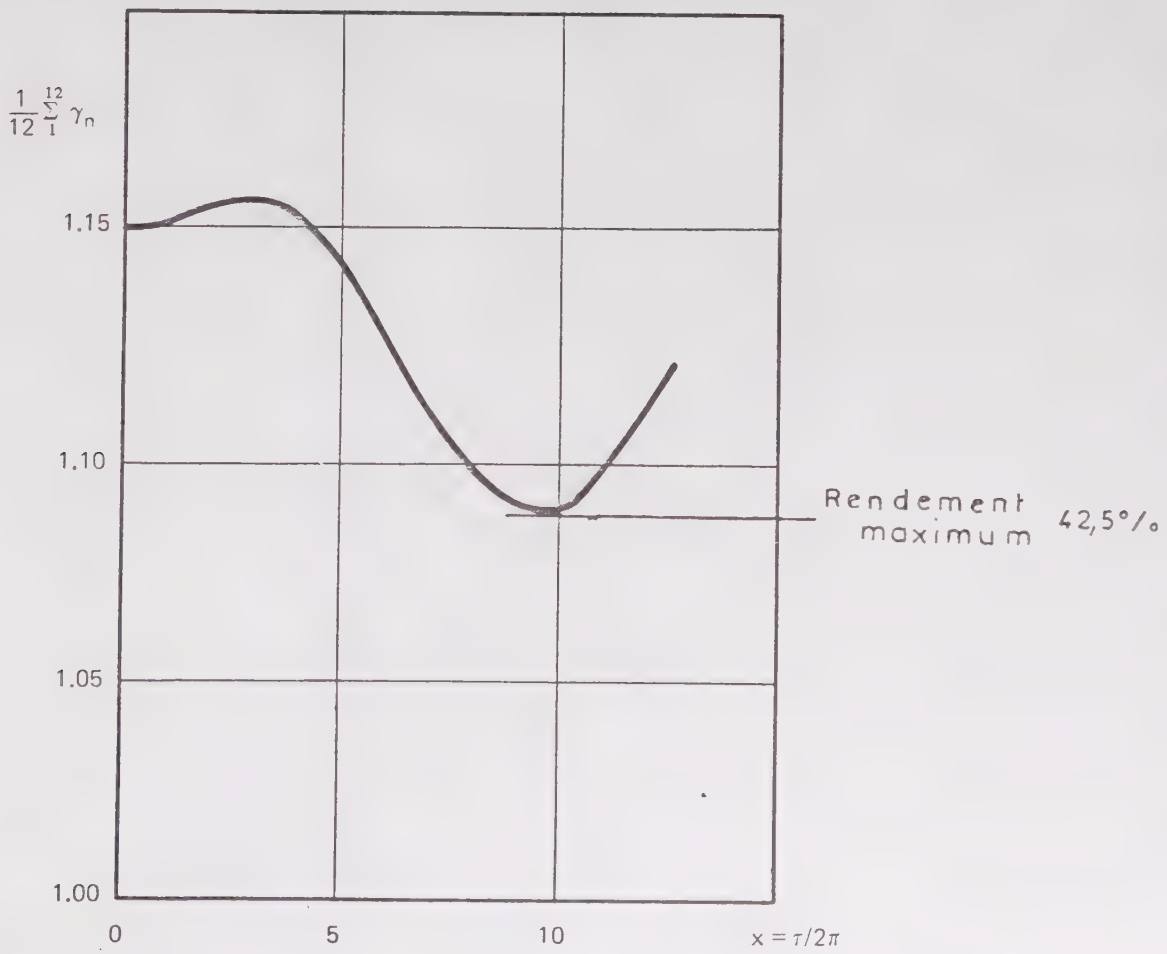


Fig. 3 : Rendement électronique le long de la cavité

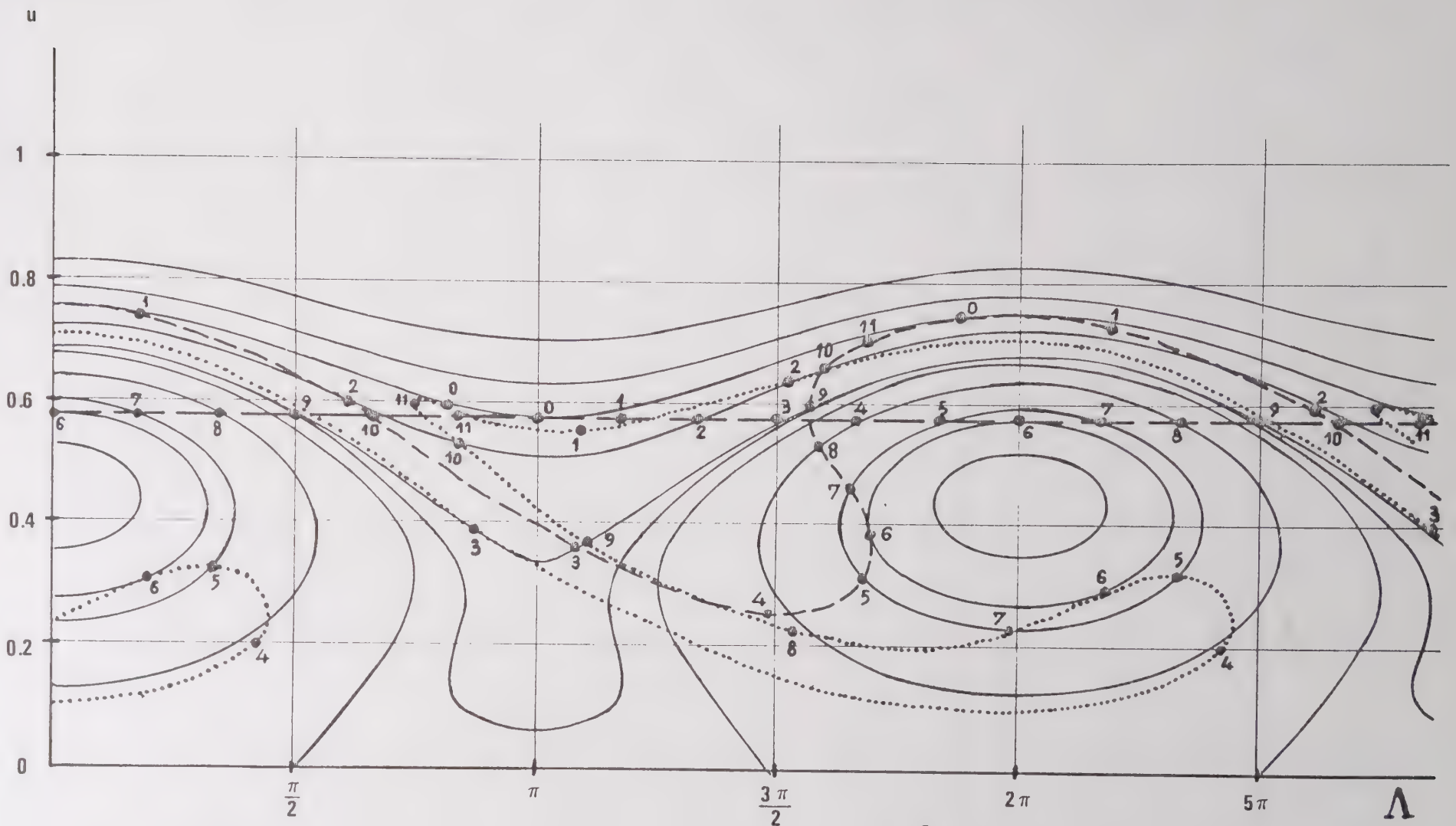


Fig. 4 : Positions des électrons dans le plan U-Λ, pour différentes périodes (x = 0, 6 et 10).

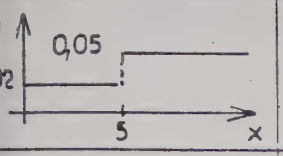
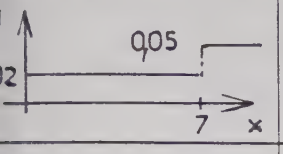
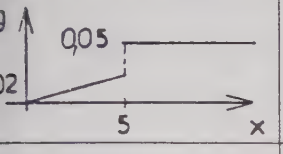
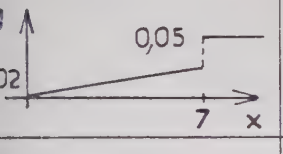
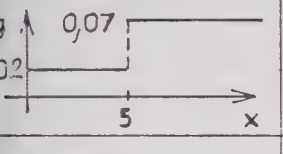
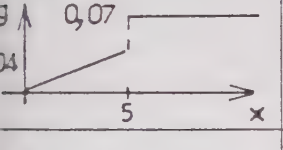
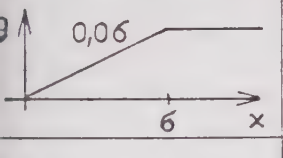
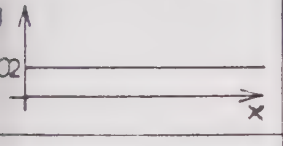
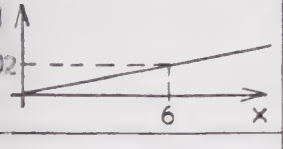
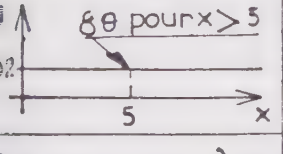
On retrouve bien évidemment l'allignement en phase ($\Lambda \sim \pi/2$) à $X = 6$.

Enfin, le tableau I nous donne une idée des rendements susceptibles d'être atteints pour des profils de champs divers et ceci pour différentes valeurs du paramètre

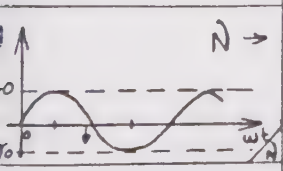
Remarquons qu'un profil lentement croissant offre le plus fort rendement (72 %).

Il est entendu qu'une étude axée sur certains types de cavités à profil variable permettra d'optimiser ainsi le rendement électronique Déjà, certains types de ces cavités ont été définies /6/ , /7/ , /8/ . Pour notre part, nous avons effectué des calculs pour des cavités coniques qui donnent un rendement appréciable pour des profils de champ lentement variables au début (fig. 5).

dement électronique pour différents profils de champ et différentes valeurs du rapport $\frac{\Omega_0}{\omega}$

Profil du champ électrique \ Ω_0/ω	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,09
			$\rho = 0,55$ pour $x = 8,375$		$\rho = 0.58$ pour $x = 8,375$	$\rho = 0.36$ pour $x = 7,75$
			$\rho = 0,37$ pour $x = 7,875$		$\rho = 0,50$ pour $x = 8,75$	$\rho = 0,38$ pour $x = 8,625$
			$\rho = 0,43$ pour $x = 9,875$		$\rho = 0,33$ pour $x = 9,75$	$\rho = 0,22$ pour $x = 10,25$
			$\rho = 0,45$ pour $x = 11,625$		$\rho = 0,47$ pour $x = 10,75$	$\rho = 0,33$ pour $x = 10,25$
			$\rho = 0,53$ pour $x = 7,375$		$\rho = 0,51$ pour $x = 7,375$	$\rho = 0,31$ pour $x = 6,875$
			$\rho = 0,36$ pour $x = 7,75$		$\rho = 0,22$ pour $x = 7,625$	$\rho = 0,03$ pour $x = 7,25$
					$\rho = 0,29$ pour $x = 8,125$	
	$\rho = 0,24$ pour $x = 7,25$		$\rho = 0,35$ pour $x = 8,375$		$\rho = 0,42$ pour $x = 9,5$	
	$\rho = 0,15$ pour $x = 7,25$		$\rho = 0,24$ pour $x = 8,875$		$\rho = 0,37$ pour $x = 10,375$	
	$\rho = 0,21$ pour $x = 7,375$		$\rho = 0,32$ pour $x = 9$		$\rho = 0,40$ pour $x = 9,75$	
	$\rho = 0,19$ pour $x = 9,625$		$\rho = 0,55$ pour $x = 12,75$		$\rho = 0,64$ pour $x = 13,125$	
						

$+\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$+\frac{\pi}{4}$	$+\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$+\frac{\pi}{4}$	$+\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$+\frac{\pi}{4}$	$+\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$
0,43	0,38	0,15	0,14	0,47	0,41	0,17	0,13	0,46	0,38	0,18	0,11	0,44	0,32	0,23	0,11
9,25	10,5	5,25	5,125	9,375	10,5	6,25	5,125	9,75	10,75	6,5	5,125	10	11	7,25	5,625



8	9	10	11
0,14	0,18	0,17	0,33
8	9	10	11

$\rho = 0,72$

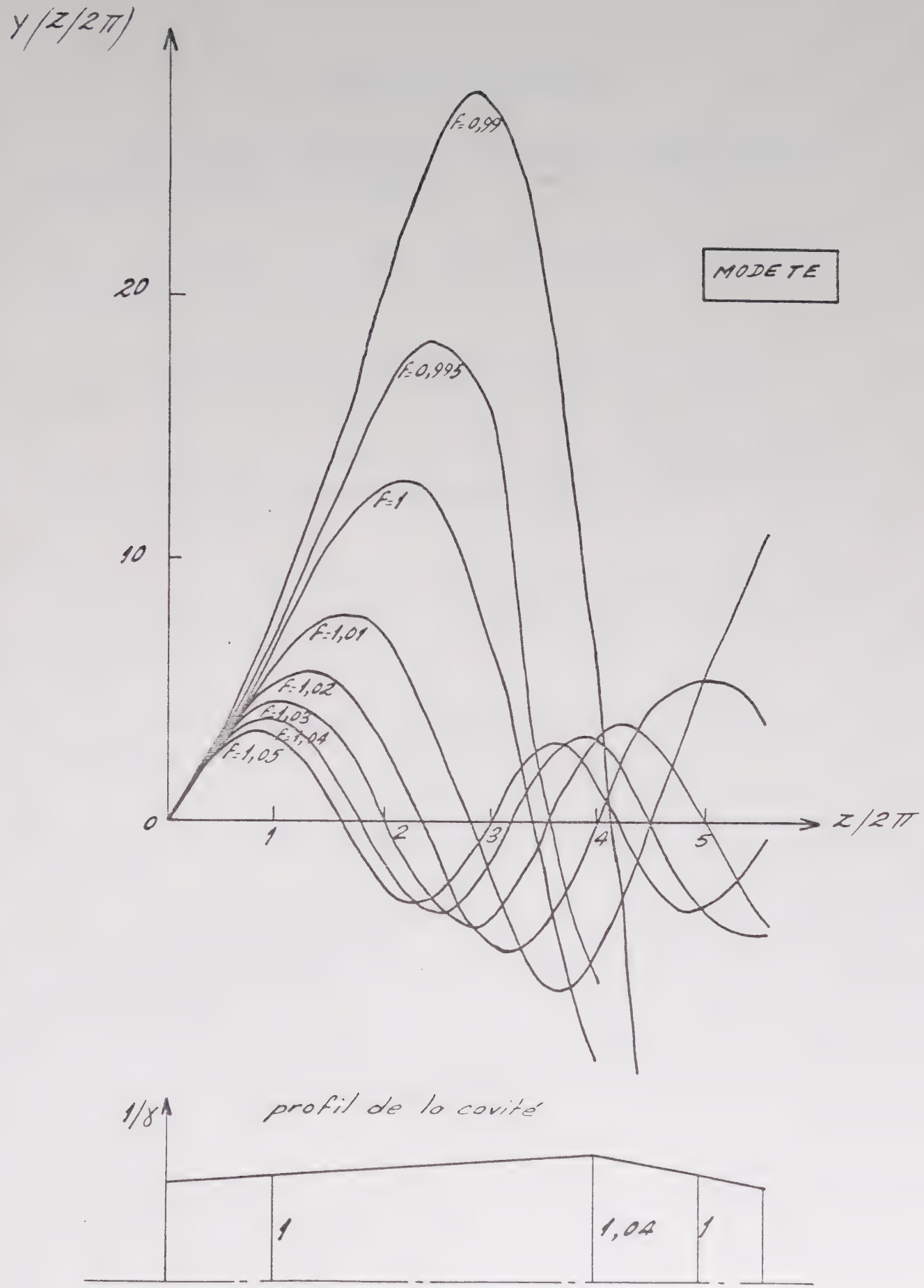


Fig.3 : Profil du champ électrique dans une cavité inhomogène

PRESENTATION DE L'EXPOSE

Le chapitre II de cet exposé est consacré à l'étude théorique linéaire du faisceau électronique.

Ce travail est axé autour d'une théorie self-consistante, incluant les effets de charge d'espace.

Nous employons une description diélectrique, qui consiste à utiliser les moments électrique et magnétique du milieu considéré.

Ces moments sont calculés en linéarisant les équations simplifiées du mouvement que nous avons établies. Ce calcul n'est donc valable qu'en petit signal.

La première partie de ce chapitre consiste donc à établir ces équations simplifiées du mouvement. Nous justifions en particulier les hypothèses simplificatrices.

Puis, nous linéarisons ces équations et calculons ainsi la polarisation électrique.

Nous calculons, à partir de là, le courant d'accrochage du gyrotron.

Enfin, on étudie la courbe de dispersion d'un gyrotron à onde progressive. Nous examinons plus particulièrement les effets de la charge d'espace.

Le chapitre III porte sur l'étude du circuit, c'est-à-dire sur la section du tube dans laquelle les électrons interagissent avec les ondes.

Tout d'abord, nous calculons l'impédance ramenée par un cornet en bout de cavité résonnante.

.../...

Enfin, nous décrivons les "mesures à froid", c'est-à-dire les mesures faites sur le circuit en l'absence du faisceau électronique.

CHAPITRE II

ETUDE THEORIQUE LINEAIRE DU FAISCEAU ELECTRONIQUE

INTRODUCTION

De nombreux auteurs ont traité de la charge d'espace dans le gyrotron.

SYMONS et JORY /9/ ont montré ainsi que le regroupement en phase est augmenté grâce à un taux de croissance proportionnel à $I_o^{1/2}$, I_o étant le courant de faisceau.

ETLICHER et al. /10/ CHEN et al /11/ ont obtenu une équation de dispersion pour un gyrotron à onde progressive, tenant compte de la charge d'espace.

Il semble cependant que dans toutes les théories, les charges et courants de surface soient négligés.

Notre contribution à la théorie en charge d'espace consiste donc à adopter un modèle où les effets de charge d'espace en surface sont pris en compte. Pour cela, nous définissons les moments électrique et magnétique du milieu diélectrique que constitue un faisceau électronique neutralisé par des ions.

Les discontinuités de surface sont à l'origine de charges et courants qui sont ainsi définis à travers ces moments de polarisations. Pour rendre le problème entièrement self-consistant, il faudrait tenir compte, dans l'établissement des équations du mouvement, des champs modifiés, c'est-à-dire des champs dûs aux modes excités dans la cavité (champs HF) du champ statique appliqué (champ magnétique longitudinal Bo) et des champs de charge d'espace.

Nous nous contenterons, dans l'établissement de ces équations, des termes principaux en négligeant l'action du moment magnétique qui, de toute façon, les modifie très peu. Précisons enfin, qu'un tel modèle n'est valable que si l'on considère un faisceau dont les dimensions sont grandes vis-à-vis du rayon de Larmor.

.../...

II.1 Dynamique du faisceau électronique

La géométrie utilisée ici est celle du rotateur décentré (fig. 6) la cavité étant de révolution autour d'un axe z dirigé suivant le champ magnétique statique B_o.

L'équation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\frac{d(m\bar{v})}{dt} = -e(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}) \qquad (1)$$

où les champs $\bar{E}$ et $\bar{B}$ se repartissent comme suit :

$\bar{E}$ = champ électrique HF

$\bar{B} = \mu_o \bar{H} + \bar{B}_o$ (2)

avec :

$\bar{H}$ = champ magnétique HF

$\bar{B}_o$ = champ magnétique statique

$\bar{v}$ = vitesse des électrons

m = masse relativiste des électrons

$= m_o \gamma$ avec m_o = masse au repos

Plaçons nous dans un référentiel mobile avec le faisceau électronique.

Bien entendu, dans ce référentiel, la vitesse longitudinale v_z est nulle.

Centrons nous au centre de guidage d'un électron et exprimons l'équation (1) en coordonnées polaires (voir fig. 6).

On obtient le système d'équations suivant, en séparant l'expression radiale de l'expression azimutale :

$$\dot{r}\dot{m} + m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = -e(E_r + r\dot{\varphi}\mu_o H_z + r\dot{\varphi}B_o) \qquad (3)$$

$$\dot{P}_\varphi = -e(E_\varphi - \dot{r}\mu_o H_z - \dot{r}B_o) \qquad (4)$$

.../...

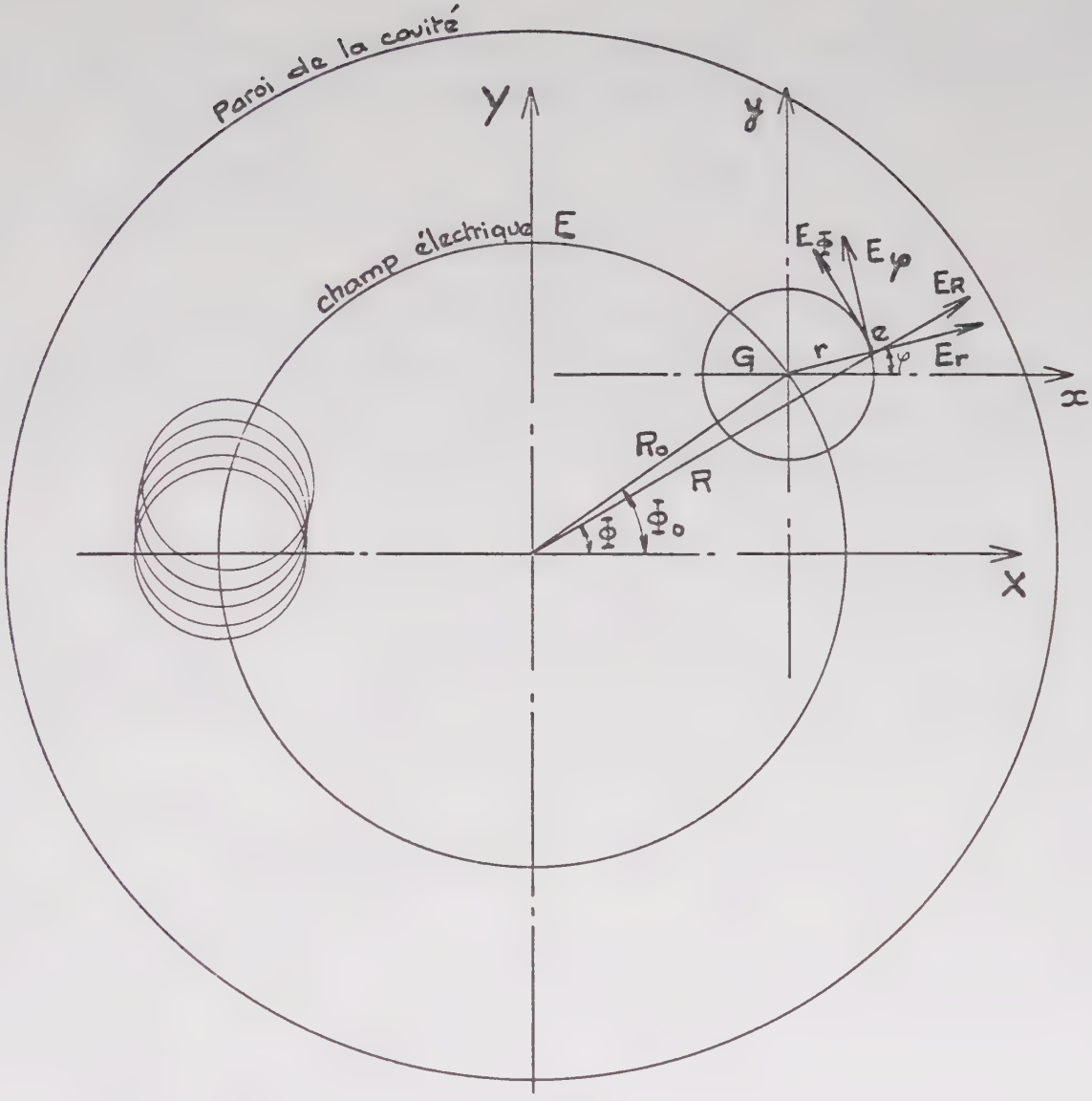


Fig. 6: Le rotateur décentré

avec :

$$m = m_o \gamma_\perp \quad (5)$$

$$\gamma_\perp = (1 - \beta_\perp^2)^{-1/2} \quad (6)$$

$$P_\varphi = m r \dot{\varphi} \quad (7)$$

La première condition (théorie adiabatique) consiste à négliger les variations du rayon de Larmor r des électrons sur une période :

$$\boxed{\dot{r} = 0} \quad (8)$$

(bien entendu $\ddot{r}$ est également nul).

Pour justifier cette hypothèse, nous dirons simplement que la prépondérance de la fréquence cyclotron relativiste dans la mise en phase n'est sensible qu'au bout d'un certain nombre de périodes /12/ et donc la variation du rayon de Larmor est négligeable sur une période.

Nous pouvons donc écrire d'après (3) et (4) :

$$-m_o \gamma_\perp r \dot{\varphi}^2 = -e(E_r + r\dot{\varphi}\mu_o H_z + r\dot{\varphi}B_o) \quad (9)$$

$$m_o(\gamma_\perp r \dot{\varphi}) = -e E_\varphi \quad (10)$$

soit en remarquant :

$$r\dot{\varphi} = \beta_\perp c \quad (11)$$

et en posant $u = \gamma_\perp \beta_\perp$ (12)

On obtient :

$$\dot{\varphi} = \frac{e}{m_o \gamma_\perp \beta_\perp c}(E_r + \beta_\perp c \mu_o H_z + \beta_\perp c B_o) \quad (13)$$

$$\dot{u} = -\frac{e}{m_o c} E_\varphi \quad (14)$$

.../...

Une deuxième condition suppose que le champ électrique HF soit uniforme sur l'orbite électronique.

On peut donner un ordre de grandeur, dans un cas pratique de la variation de E_φ (ou E_r) suivant l'orbite.

Pour plus de commodité, nous calculerons sur E_Φ . E_φ peut se déduire de E_Φ par la formule d'addition de GRAAF /13/, /14/ :

$$J_m\left(k_1^{mn} R\right) e^{-jm\Phi} = \sum_p \left\{ J_{m-p}\left(k^{mn} R_0\right) e^{-j(m-p)\Phi_0} \right\} J_p\left(k_1^{mn} r\right) e^{jp\varphi} \qquad (15)$$

La figure 7 montre les champs E_Φ et E_φ suivant l'orbite électronique

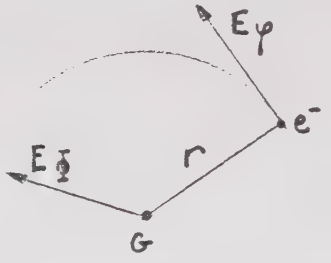


Fig. 7 - Champ E_φ suivant l'orbite électronique

Pour une fréquence cyclotron de 35 GHz et une vitesse transversale de l'ordre de 0,5 c, le rayon de Larmor est égal à : $r_L = \beta_\perp c/\omega_c \simeq 6.8 \times 10^{-4}$ m et pour un mode à symétrie azimutale ($m = 0$) TE_{02}

et $J_1(\alpha_2 R_0) \simeq 0.58$ $\qquad J_1(\alpha_2 (R_0 - r)) \simeq 0.53$

$J_1(\alpha_2 (R_0 + r)) \simeq 0.535$

soit une variation moyenne inférieure à 10 %.

.../...

Cette condition est commode afin d'exprimer les champs E_r et E_φ suivant leur projection (fig. 8) en un champ E_{ox} variant uniquement dans la direction z :

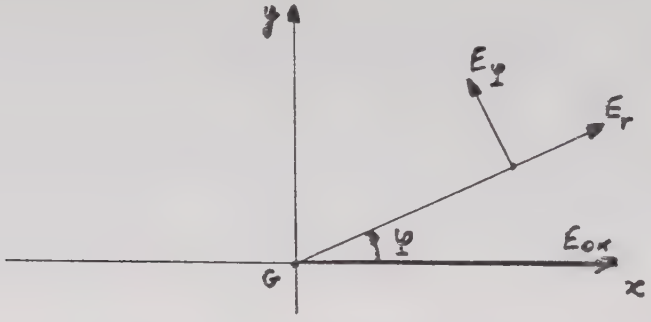


Fig. 8 : Projection suivant E_{ox}

On peut écrire ainsi :

$$E_r = E_{ox} \cos\varphi \qquad (16)$$

$$E_\varphi = -E_{ox} \sin\varphi \qquad (17)$$

et pour une variation en $\cos \omega t$:

$$E_{ox} = E_o \cos\omega t \qquad (18)$$

soit

$$E_r = E_o \cos\varphi \cos\omega t \qquad (19)$$

$$E_\varphi = -E_o \sin\varphi \cos\omega t \qquad (20)$$

Troisième condition, on peut négliger la composante longitudinale H_z du champ magnétique HF. H_z se déduit de E_r en utilisant la seconde équation de MAXWELL et en négligeant la composante H_φ le long de la cavité (cette dernière condition n'est valable que pour les modes TE près de la coupure pour lesquels les champs magnétiques transverses sont négligeables ; nous donnons l'expression des champs dans une cavité cylindrique dans l'appendice B) :

$$\text{rot}\,\bar{H} = \varepsilon_o \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \qquad (21)$$

soit : $(\mathrm{rot}\ \bar{H})_z \simeq -\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = \varepsilon_0 \frac{\partial E_r}{\partial t}$ (22)

et d'après (19)

$$H_z \simeq \omega \varepsilon_0 r E_0(z) \sin\varphi \sin\omega t \qquad (23)$$

Si l'on compare cette valeur de H_z à E_r on constate que H_z est une correction d'ordre β_1^2 sur E_r qui est lui même secondaire dans l'interaction.

Dans les conditions de fonctionnement du tube β_1^2 est égal à 0,25.

Exprimons φ de la manière suivante :

$$\varphi(t) = \omega t + \Lambda(t) \qquad (24)$$

expression qui tient compte de la fréquence ω du champ HF et du décalage Λ, fonction du temps, entre la phase de l'électron et celle du champ HF.

Nous pouvons en particulier écrire au temps t = 0 choisi comme origine des temps à l'entrée des électrons dans la cavité :

$$\varphi(0) = \Lambda(0) \qquad (25)$$

.../...

Enfin, nous pouvons négliger les termes en cos $(2\omega t + \Lambda)$ ou en sin $(2\omega t + \Lambda)$ qui donnent une contribution très faible dans le regroupement en phase, et qui apparaissent dans le développement de (19) et (20).

Compte tenu de toutes ces hypothèses, nous pouvons écrire le système simplifié d'équations suivant :

$$\frac{d\Lambda}{d\tau} = \frac{g \cos\Lambda}{2\nu} + \frac{\Omega_0}{\gamma_1 \omega} - 1 \qquad (26)$$

$$\frac{d\nu}{d\tau} = \frac{g \sin\Lambda}{2} \qquad (27)$$

où nous avons posé :

$$\tau = \omega t \qquad (28)$$

$$g = -e E_0(z) / m_0 \omega_c \qquad (29)$$

Le dernier facteur de forme g tient compte du champ HF qui règne dans la cavité au point z considéré.

Nous avons donc établi un système d'équations du mouvement (26) et (27) qui a permis en premier lieu de représenter l'instabilité cyclotron dans les figures 1, 2, 3 et 4 et d'optimiser le rendement du tube en fonction du profil de champ g imposé (tableau I).

II.2. Calcul du courant d'accrochage avec un champ électrique sinusoïdal

II.2.1. Introduction

A partir des équations simplifiées du mouvement que l'on linéarise et compte tenu du fait que l'instabilité cyclotron apparaît autour de $\omega \simeq n\omega_c$, nous pouvons exprimer les composantes (qui jouent un rôle efficace dans l'interaction) des tenseurs de susceptibilité électrique et magnétique dans le milieu que forme le plasma électronique.

.../...

Ce calcul présente, outre la self-consistance, d'autres intérêts, Tout d'abord, celui d'exprimer en petit signal le courant de faisceau modulé et de déterminer ainsi le courant d'accrochage du gyrotron. D'autre part, celui de permettre une vérification analytique des hypothèses du paragraphe II.1, en comparant les résultats obtenus à ceux qui le sont à partir d'un calcul numérique complet des équations du mouvement. C'est donc le sujet de ce paragraphe : nous verrons ensuite le calcul complet incluant la charge d'espace.

II.2.2. Linéarisation des équations du mouvement

La linéarisation des équations du mouvement s'effectue de façon classique en définissant un état d'équilibre autour duquel nous créons une perturbation.

Cet état d'équilibre est exprimé à partir des équations (26) et (27) en écrivant :

$$d\Lambda_0/d\tau = \frac{\omega_{c0}}{\omega} - 1 \qquad (30)$$

$$d\upsilon_0/d\tau = 0 \qquad (31)$$

Nous introduisons les quantités relatives au mouvement de la façon suivante :

$$\begin{aligned} r &= r_0 + \delta r \\ \upsilon &= \upsilon_0 + \delta\upsilon \\ \varphi &= \varphi_0 + \delta\varphi \\ \gamma_\perp &= \gamma_{\perp 0} + \delta\gamma_\perp \end{aligned} \qquad (32)$$

.../...

en remarquant de plus :

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \dot{\varphi}_0 \frac{\partial}{\partial \varphi} = j(\omega - \omega_c) = j\xi \qquad (33)$$

et

$$\nu \, du = \gamma_\perp \, d\gamma_\perp \qquad (34)$$

nous aboutissons à la forme tensorielle :

$$\begin{pmatrix} \delta r \\ r_0 \delta\varphi \end{pmatrix} = -\frac{e}{m_0} \frac{\gamma_{\perp 0}}{\Omega_0^2} \begin{pmatrix} 0 & \omega_{c0}/j\xi \\ -\frac{\omega_{c0}}{j\xi} & \beta_\perp^2 \omega_{c0}^2/\xi^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_r \\ E_\varphi \end{pmatrix} \qquad (35)$$

soit en passant en coordonnées cartésiennes :

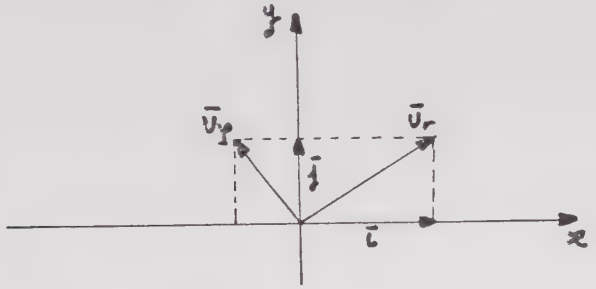


Fig. 9 : coordonnées polaires et cartésiennes

On définit ainsi un champ HF Ey régnant dans la cavité et un champ E_x dû à la charge d'espace.

On a donc (en prenant le sens de rotation en $e^{-j\varphi}$)

$$\begin{pmatrix} E_r \\ E_\varphi \end{pmatrix} = \frac{1}{2} e^{-j\varphi} \begin{pmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \qquad (36)$$

et :

$$\begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} e^{j\varphi} \begin{pmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r \\ r_0 \delta\varphi \end{pmatrix} \qquad (37)$$

.../...

et en remplaçant (36) et (37) dans (35), on obtient :

$$\begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix} = -\frac{e}{4 m_0} \frac{\gamma_{\perp 0}}{\Omega_0^2} \left[\beta_\perp^2 \omega_c^2 / \xi^2 - 2 \omega_c / \xi^2 \right] \begin{pmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \qquad (38)$$

II.2.3. Expression du tenseur de susceptibilité électrique

$\bar{\bar{\chi}}$ tenseur de susceptibilité est défini par :

$$\bar{P} = \varepsilon_0 \bar{\bar{\chi}} \cdot \bar{E} \qquad (39)$$

vecteur de polarisation électrique

et :

$$\bar{P} = \rho_0 \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix} \qquad (40)$$

On en tire ainsi χ d'après :

$$\bar{\bar{\chi}} = \chi \begin{pmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \qquad (41)$$

soit :

$$\chi = \frac{\omega_p^2}{4 \gamma_{\perp 0} \omega_c^2} \left(\beta_{\perp 0}^2 \omega_c^2 / \xi^2 - 2 \omega_c / \xi \right) \qquad (42)$$

écrivons : $q = \omega_p^2 / \gamma_{\perp 0} \omega_c^2$ (43) avec $\omega_p^2 = \frac{\rho_0 e}{m_0 \varepsilon_0}$ (43)'

facteur tenant compte de la densité du faisceau.

Nous réécrivons χ en fonction de ω :

$$\boxed{\chi(\omega) = \frac{q}{4} \left\{ \frac{\beta_{\perp 0}^2 \omega_c^2}{(\omega - \omega_c)^2} - \frac{2 \omega_c}{\omega - \omega_c} \right\}} \qquad (44)$$

Notons que nous retrouvons les termes habituels de la théorie linéaire /15/, /16/, /17/.

Le terme synchrone relativiste : $\beta_{\perp 0}^2 \omega_c^2 / (\omega - \omega_c)^2$

Le terme d'interaction cyclotron, non relativiste $2 \omega_c / (\omega - \omega_c)$

et qui est d'un effet stabilisant sur le précédent.

.../...

II.2.4. Calcul de la polarisation électrique lors de l'interaction*

Dans ce calcul, nous négligeons le champ de charge d'espace E_x ($E_x = 0$).

Nous pouvons donc écrire d'après (39) :

$$p_x = j\varepsilon_0 \chi E_y \quad \text{et} \quad p_y = \varepsilon_0 \chi E_y$$

Nous nous interessons uniquement à la composante suivant y de la polarisation qui seule intervient dans un calcul d'interaction. En effet, la puissance cédée par le faisceau électronique au champ HF est proportionnelle à l'intégrale $\int \underline{p} \cdot \underline{\mathcal{E}}\, dv$ (voir plus loin le paragraphe II.2.5.) et donc p_x n'intervient pas.

L'interaction plasma-rayonnement se situe dans une cavité de longueur L dans laquelle règne un champ sinusoïdal du type (il s'agit d'un oscillateur)

$$E(z) = E_m \sin \frac{\pi z}{L} e^{j\omega_c t} \tag{45}$$

Cependant, on ne peut appliquer directement la relation $P(t) = \varepsilon_0 \chi(t) E(t)$ car en fait, la polarisation à un instant t (ou à une position z) dépend, à travers le mouvement des charges, du champ électrique E(t) aux points où ces charges se trouvaient à des instants antérieurs. Il est donc nécessaire de passer par la transformation de Laplace qui permet d'écrire :

$$P(p) = \varepsilon_0 \chi(p) E(p) \tag{46}$$

où

$$\chi(p) = -\frac{9}{4}\left\{\frac{\beta_{\perp 0}^2 \omega_c^2}{(p - j\omega_c)^2} + \frac{2j\omega_c}{p - j\omega_c}\right\} \tag{47}$$

et

$$E(p) = \int_0^\infty E(t) e^{-pt} dt \tag{48}$$

Si nous supposons que l'interaction entre les électrons et le champ électromagnétique débute au temps t_o (début de la sinusoïde), pour cesser au temps $t_o + L/v_{//}$ (fin de la première arche du sinus) avec :

$$\frac{\pi z}{L} = \frac{\pi v_{//}}{L}(t - t_o) \qquad (49)$$

nous pouvons réécrire (48)

$$E(p) = E_m \int_{t_o}^{t_o + L/v_{//}} \sin \frac{\pi v_{//}}{L}(t - t_o)\, e^{(j\omega - p)t}\, dt \qquad (50)$$

soit encore :

$$E(p) = E_m \int_{t_o}^{\infty} \sin \frac{\pi v_{//}}{L}(t - t_o)\, e^{(j\omega - p)t}\, dt - E_m \int_{t_o + L/v_{//}}^{\infty} \sin \frac{\pi v_{//}}{L}(t - t_o)\, e^{(j\omega - p)t}\, dt \qquad (51)$$

qui représente la superposition de deux intégrales : la première correspond à une sinusoïde ayant pour origine le temps t_o, la seconde à une sinusoïde ayant pour autre origine $t_o + L/v_{//}$ (fig. 10).

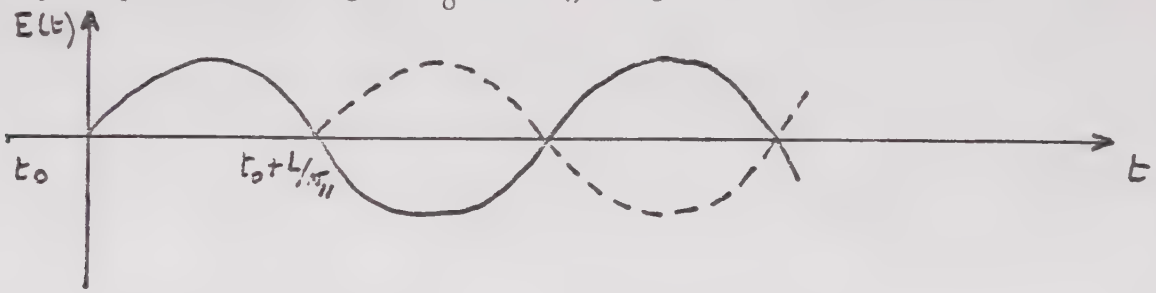


Fig. 10 - Champ électrique E(t) en fonction de t

ce qui correspond au profil de champ d'interaction recherché.

Cependant, si l'on s'intéresse uniquement à la zone survenant à $t < t_o + L/v_{//}$, il est clair que la seconde sinusoïde (correspondant à l'histoire future) ne pourra intervenir dans le calcul.

On aura donc :

$$E(p) = E_m \int_{t_o}^{\infty} \sin \frac{\pi v_{//}}{L}(t - t_o)\, e^{(j\omega - p)t}\, dt \qquad (52)$$

soit après résolution :

$$E(p) = \frac{\pi v_{//}}{L} \cdot \frac{E_m\, e^{(j\omega - p)t_o}}{(j\omega - p)^2 + \left(\frac{\pi v_{//}}{L}\right)^2} \qquad (53)$$

.../...

Revenant à (46), on peut appliquer la transformation de Laplace inverse pour calculer $\mathcal{P}(t-t_o)$, soit :

$$\mathcal{P}(t-t_o) = \frac{1}{2j\pi}\,\varepsilon_o \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \chi(p)\,E(p)\,e^{pt}\,dp \qquad (54)$$

et en remplaçant $\chi(p)$ par sa valeur et en remarquant que $\chi(p)\,E(p)$ admet trois pôles dont un double :

$$p = j\omega_c \quad \text{pôle} \begin{cases} 1 \text{ fois simple} \\ 1 \text{ fois double} \end{cases} \qquad (55)$$

$$p = j\left(\omega \pm \frac{\pi v''}{L}\right) \quad 2 \text{ pôles simples} \qquad (56)$$

en écrivant enfin que :

$$\mathcal{P}(t, t_o) = P(t, t_o)\, e^{j\omega t} \qquad (57)$$

on aboutit à l'équation suivante, en divisant $P(t,t_o)$ par $q\,E_m$:

$$\boxed{P(t,t_o)/q E_m = \frac{1}{4}\,\frac{1}{(\omega-\omega_c)^2-\left(\frac{\pi v''}{L}\right)^2}\left\{\beta_{20}^2\omega_c^2\left(\frac{A}{(\omega-\omega_c)^2-\left(\frac{\pi v''}{L}\right)^2}+B\right)-2\omega_c C\right\}} \qquad (58)$$

avec :

$$A = \left[(\omega-\omega_c)^2+\left(\frac{\pi v''}{L}\right)^2\right]\sin\frac{\pi v''}{L}(t-t_o) - 2j\frac{\pi v''}{L}(\omega-\omega_c)\,e^{-j(\omega-\omega_c)(t-t_o)}$$
$$+ 2j\frac{\pi v''}{L}(\omega-\omega_c)\cos\frac{\pi v''}{L}(t-t_o) \qquad (59)$$

$$B = \frac{\pi v''}{L}(t-t_o)\,e^{-j(\omega-\omega_c)(t-t_o)} \qquad (60)$$

$$C = (\omega-\omega_c)\sin\frac{\pi v''}{L}(t-t_o) + j\frac{\pi v''}{L}\cos\frac{\pi v''}{L}(t-t_o) - j\frac{\pi v''}{L}\,e^{-j(\omega-\omega_c)(t-t_o)} \qquad (61)$$

.../...

L'expression (58) exprime donc la polarisation d'un milieu diélectrique soumis à l'action d'un champ électrique sinusoïdal dans une cavité de longueur L.

On peut, à partir de là, relier $J(t,t_0)$ courant dans la cavité à $P(t,t_0)$:

$$\boxed{\bar{J} = j\omega \bar{P}} \qquad (62)$$

Nous avons ainsi tracé les parties en phase et en quadrature de phase de $P(t,t_0)/qE_m$, soient $Im\, P(t,t_0)/qE_m$ et $Re\, P(t,t_0)/qE_m$ respectivement.

Courbes que l'on peut comparer donc à celles obtenues par résolution numérique des équations générales (complètes) du mouvement et qui deviennent non-linéaires pour les fortes valeurs de q (fig. 11 et 12).

*Remarque : pour calculer $\bar{p}$ et donc $\bar{J}$, nous sommes partis du champ E(z) dans la cavité sans tenir compte des phénomènes de charge d'espace qui modifient ce champ.
D'autre part, nous avons négligé dans ce calcul les effets de surface à la séparation vide-plasma.

II.2.5. Courant d'accrochage

Montrons enfin pour clore ce paragraphe qu'il est aisé, à partir de l'équation (62), d'exprimer le courant d'accrochage pour différentes valeurs du champ magnétique.

La puissance cédée par le faisceau électronique au champ HF peut être calculée d'après l'intégrale d'échange :

$$\frac{\varepsilon_0 S}{2} \int_0^L E^*(z)\, J(z)\, dz \qquad (63)$$

dont on prend la partie réelle.

.../...

$g_o = 4 \times 10^{-3}$

$\frac{\Omega_o}{\omega} = 1{,}08$

$\beta_\perp(o) = 0{,}4463$

$\gamma_\perp(o) = 1{,}1563$

Nombres de cycles:

x 15: Analytique.

- (15): Numérique.

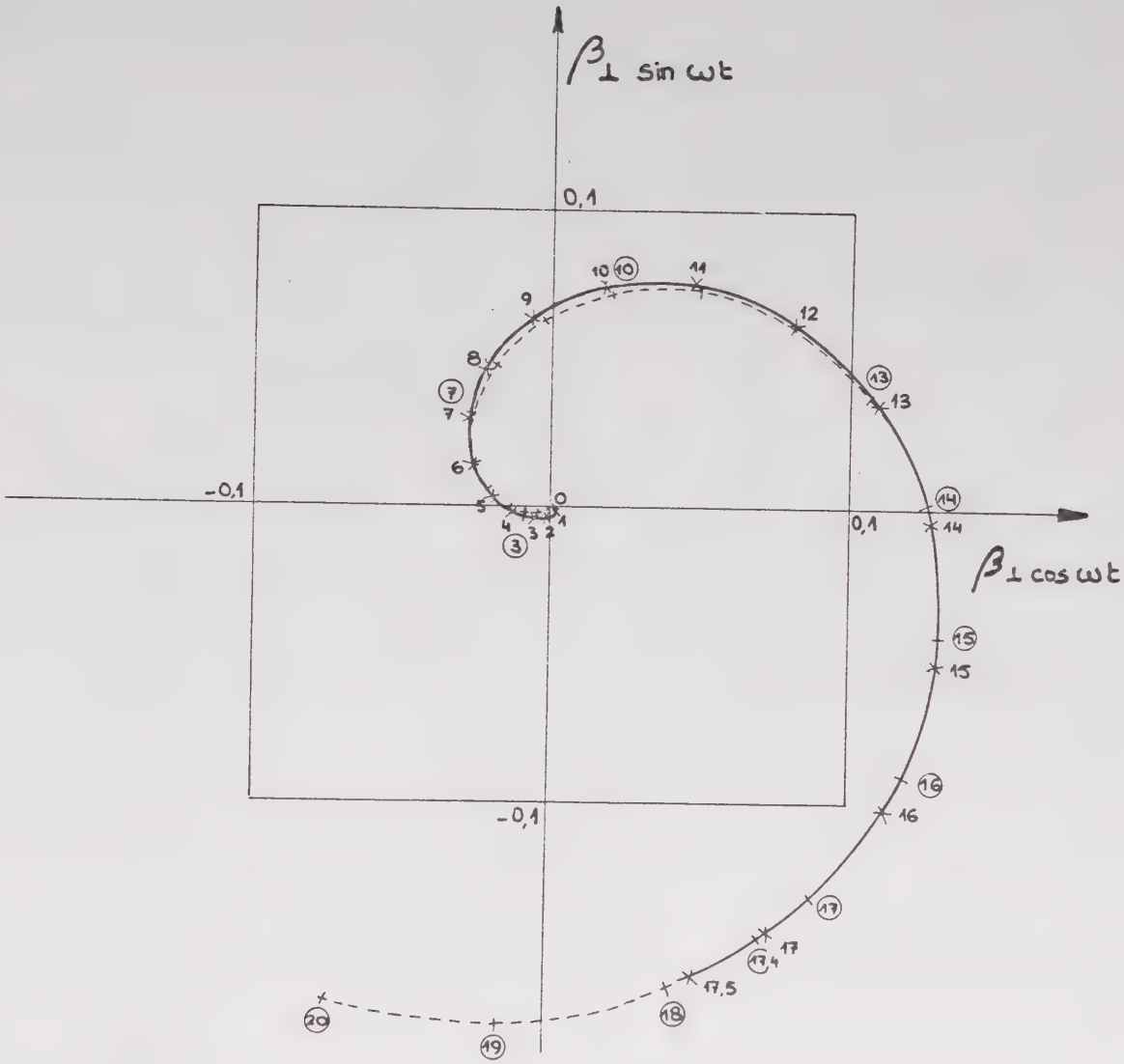


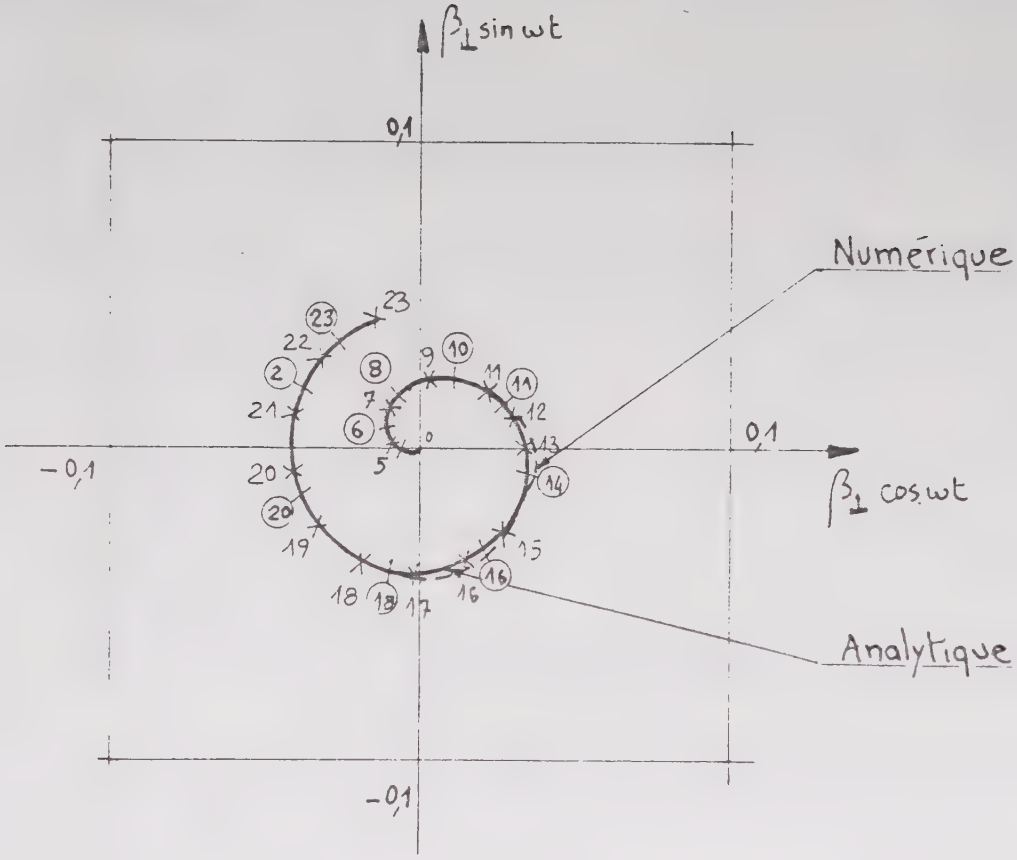
Fig. 11: Calculs numérique et analytique des courants

$q_0 = 2 \times 10^{-3}$

$\frac{\Omega_0}{\omega} = 1,07$

$\beta_\perp(0) = 0,45$

$\gamma_\perp(0) = 1,1547$



Nombres de cycles:

x 20 Analytique

- (20) Numérique

Fig.12 : Calculs numérique et analytique des courants pour $q_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ et $\frac{\Omega_0}{\omega} = 1,07$

Réécrivons donc Re (63) sous la forme :

$$Re\,\frac{\varepsilon_0 S}{2}\int_0^L E^*(z)\,J(z)\,dz = I E_0^2\, f(L, \nu_n, \omega_c, \omega) \qquad (64)$$

On peut ainsi déterminer le courant d'accrochage I_{acc}

$$\boxed{I_{acc} = \omega W / E_0^2 f Q_{ex}} \qquad (65)$$

Où le Q_{ex} (coefficient de couplage extérieur) sera défini ultérieurement (étude du circuit chapitre III).

Remarquons que le courant d'accrochage est indépendant de l'amplitude du champ E_m, puisqu'il apparaît W/E_m^2 dans le terme de droite de (65).

Le tableau II donne les valeurs du courant d'accrochage, d'après (65), pour différentes valeurs du rapport $\frac{\Omega_0}{\omega}$ avec un Q_{ex} de 300.

Ω_0/ω	I_{acc} /A/
1,07	13,4
1,08	5,3
1,09	3,0

Tableau II - Courant d'accrochage pour différentes valeurs du rapport Ω_0/ω avec $\beta_{\perp 0} = 0,5$ $\gamma_{\perp 0} = 1.1547$ $Q_{ex} = 300$

Les résultats obtenus tendent à favoriser des valeurs relativement élevées du rapport $\frac{\Omega_0}{\omega}$, telles que 1,08 ou 1,09, pour lesquelles des rendements élevés sont également possibles. On se rapproche en effet dans ces conditions du synchronisme exact pour $\frac{\Omega_0}{\omega}$ = 1,157.

Reprenant la formule (62), on peut réécrire (63) sous la forme :

$$j\frac{\omega \varepsilon_0 S}{2}\int_0^L E^*(z)\,P(z)\,dz \qquad (66)$$

Nous avons dit que la partie réelle de (63) ou (65) représentait la puissance cédée par le faisceau au champ.
On peut, également, donner une interprétation de sa partie imaginaire.

.../...

En effet, si l'on désigne par V_1, I_1 et V_2, I_2 les tensions et courants relatifs aux champs respectivement en l'absence et en présence d'électrons, on établit :

$$Re\left[V_1^* I_2 + V_2 I_1^*\right] = -Re\int E_1 J_{e^-} dV \qquad (67)$$

$$Im\left[V_1^* I_2 + V_2 I_1^*\right] = -Im\int E_1 J_{e^-} dV + 4W\delta\omega \qquad (68)$$

où J_{e^-} est le courant électronique du faisceau (équations de la dynamique) avec la distribution $V_1(z)$ le long de la cavité et V_2, I_2 calculés à partir de J_e (équation de MAXWELL), l'équation (67) exprime l'échange énergétique entre le milieu et le champ HF.

L'équation (68) fait apparaître un terme supplémentaire, $4W\delta\omega$, qui exprime le décalage en fréquence apporté par la présence du milieu électronique.

Le tableau III donne des valeurs de (67) pour les mêmes rapports de Ω_0/ω que précédemment, avec :

$g_0 = 2 \times 10^{-3}$

$I_0 = 6$ A

$\gamma_{\perp 0} = 1.1547$ ($\beta_{\perp 0} = 0.5$)

Ω_0/ω	$\frac{\omega\varepsilon_0}{2} Re\int E^* P\, dV$	$\frac{\omega\varepsilon_0}{2} Im\int E^* P\, dV$
1.07	-2209	1177
1.08	-2683	3006
1.09	-2194	5489

Tableau III : Parties réelle et imaginaire de l'intégrale d'échange pour différentes valeurs du rapport Ω_0/ω

.../...

A l'aide d'un calcul numérique, afin de déterminer les champs V_1, I_1, et V_2, I_2, nous vérifions effectivement l'équation (67).

On tire de (68) un désaccord en fréquence $\delta\omega$ de l'ordre du millième.

Remarque : Là encore, pour être rigoureux, il faudrait introduire dans l'intégrale d'échange le champ E_1 modifié par la charge d'espace et de même pour l'expression de W qui fait intervenir des produits du type E_1E_2 où E_2 est relatif au champ modifié.

Nous avons enfin comparé à nouveau les valeurs du courant d'accrochage calculées analytiquement, d'après cette théorie, et celles calculées numériquement à l'aide d'équations du champ complètes. Là encore, les résultats sont pratiquement similaires.

En outre, l'avantage de cette méthode réside dans le fait qu'il nous est possible d'introduire facilement, dans les équations, un champ longitudinal E(z) quelconque afin d'essayer d'optimiser les conditions d'accrochage et même de gain à bas régime.

Il apparaît donc que les approximations successives qui conduisent à des équations simplifiées (paragraphe II.1.), soient réalistes pour tenir en compte les phénomènes physiques du gyrotron et déterminer ainsi ses paramètres essentiels.

II.3. Théorie linéaire self-consistante en charge d'espace

II.3.1. Introduction

L'étude de l'équation de dispersion a déjà été traitée dans beaucoup d'articles et pour des géométries diverses :

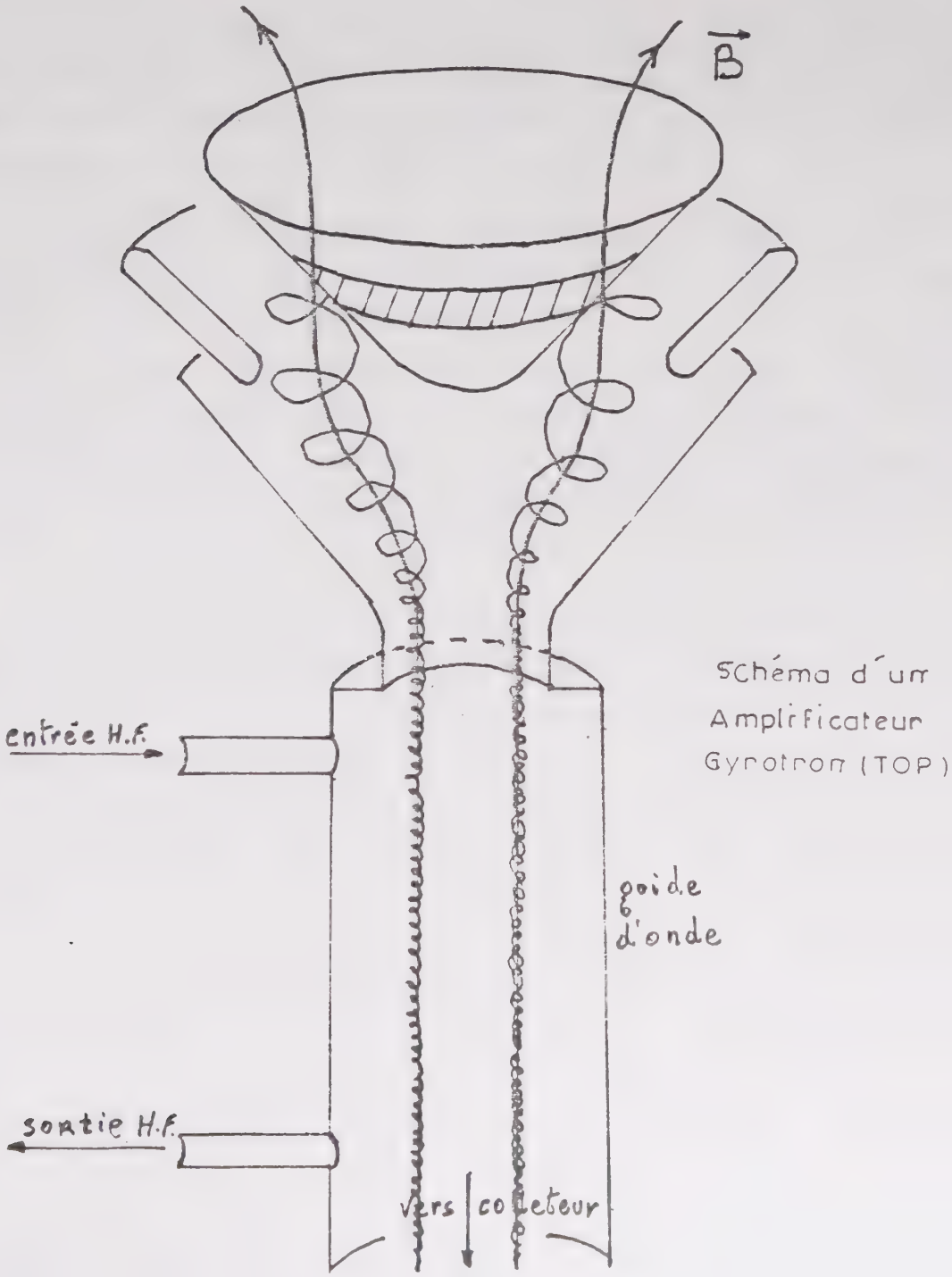
- cartésienne /18/ /19/
- cylindirques /16/
- annulaire /4/ /20/ /21/

seule la référence /4/ introduit la charge d'espace dans les calculs

Le gyrotron peut être étudié en oscillateur mais également en amplificateur à onde progressive (comme dans les TOP /17/).

.../...

A l'instar de la figure 0, on peut schématiser un gyrotron à onde progressive (amplificateur) en remplaçant la cavité et le cornet de sortie par un guide circulaire, suffisamment long, avec une excitation hyperfréquence à l'entrée et cette même onde amplifiée à la sortie après interaction avec le faisceau électronique (fig. 0).



La méthode générale pour établir l'équation de dispersion est basée sur la résolution du système d'équations de MAXWELL-VLASOV linéarisé. On définit une distribution électronique non perturbée associée soit à un modèle plasma "froid" où n'intervient pas la température du faisceau, soit à un modèle plasma "chaud" où elle intervient.

Dans le premier cas, cette distribution peut être sous forme de produit de fonctions de DIRAC relatifs aux composantes du mouvement.

Dans le second cas, ce peut être une distribution maxwellienne ou en impulsions "carrées" /17/.

Nous utilisons ici, une méthode basée sur une description diélectrique (appendice C) /22/. Elle est différente du fait que ce sont les positions électroniques qui interviennent. La géométrie choisie est cartésienne ; on peut facilement transposer les résultats obtenus à la géométrie réelle du tube.

L'intérêt tout particulier de cette méthode, par rapport à la précédente, réside dans le fait que l'on prend en compte toutes les charges et tous les courants de volume et de surface.

Si l'on relie les champs résolus, à partir des équations de MAXWELL, à la surface de séparation plasma-vide, on prend donc en compte ces charges et courants de surface. De plus, le calcul est effectué avec le champ modifié par les électrons. On tient ainsi compte des effets de charge d'espace.

L'emploi de la polarisation électrique et magnétique permet certainement une bonne description du milieu. Il faut cependant être conscient des limites d'un tel calcul qui ne peut plus s'appliquer si l'épaisseur du plasma devient trop petite.

Enfin, toutes les quantités ont une variation longitudinale (en z) que nous définissons plus loin.

Ce calcul est donc appliqué à un gyrotron à onde progressive mais peut être étendu à un oscillateur en fonction des conditions aux limites du problème.

.../...

II.3.2. Conditions du problème

Définissons donc la géométrie du problème (fig. 13). Le plasma d'électrons d'épaisseur d est centré entre deux plans conducteurs parallèles constituant la cavité de largeur D.

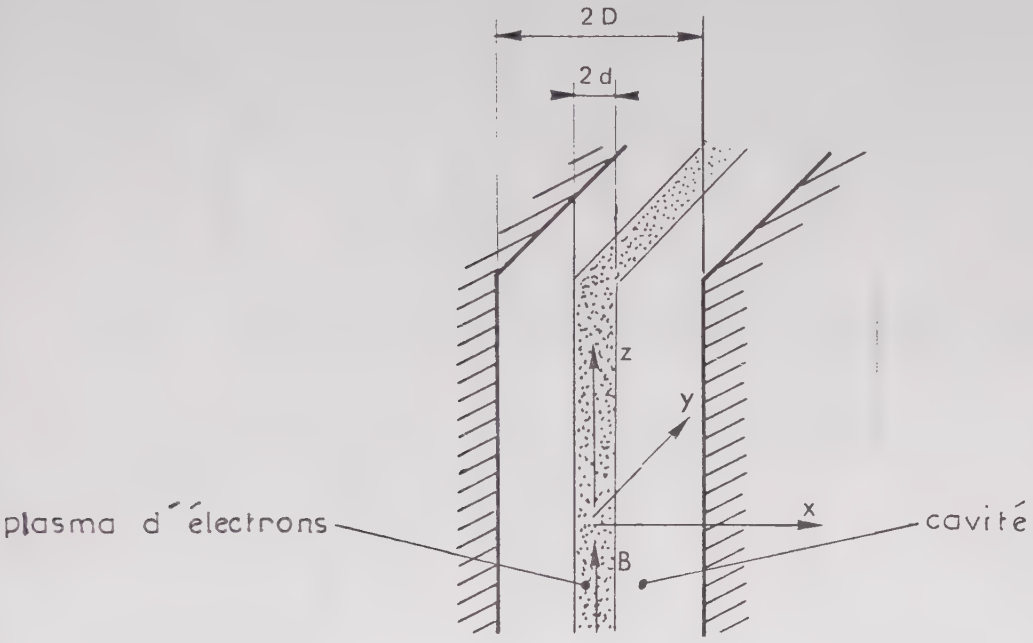


Fig. 13 - Géométrie de l'ensemble cavité-plasma

Nous avons la variation de toutes les quantités $\mathcal{P}$ comme suit :

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_0 \, e^{j(\omega t - kz)} \qquad (69)$$

avec $\mathcal{P}_0$ qui peut être fonction des autres coordonnées (x, y).

II.3.3. Polarisation magnétique

A l'instar de la polarisation électrique, on calcule la polarisation magnétique $\overline{M}$ en linéarisant les équations du mouvement (26) et (27) sachant que $\overline{M}$ est donné par :

$$\overline{M} = \frac{\rho}{2} \overline{r} \times \overline{v} \qquad (70)$$

.../...

Etant entendu que le calcul concerne des charges dont le rayon vecteur $\bar{r}$ et la vitesse $\bar{v}$ sont les mêmes quelles que soit ces charges (c'est bien entendu une simplification qui permet cependant de ne pas alourdir les calculs).

Le calcul effectué (cf. Appendice D) nous constatons que la seule composante qui, au premier ordre n'est pas négligeable compte tenu de la résonance, est la composante longitudinale M_z :

$$M_3 = \frac{B_{10}^2}{2\mu_0\omega_c} \operatorname{div} \bar{E} \qquad (71)$$

II.3.4. Equations différentielles de propagation des champs

Ecrivons donc les équations de MAXWELL :

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\partial\bar{B}/\partial t \qquad (72)$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \partial\bar{D}/\partial t \qquad (73)$$

et les relations constitutives du milieu dans le vide :

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} \qquad (74)$$

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} \qquad (75)$$

dans le plasma :

$$\bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M}) \qquad (76)$$

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} + \bar{P} \qquad (77)$$

avec :

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0 \qquad (76)'$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = 0 \qquad (77)'$$

.../...

On peut décomposer l'équation (72) comme suit

$$\bar{\nabla}\times\bar{E} = \bar{\nabla}_\perp\times\bar{E}_\perp + \nabla_z\bar{k}\times\bar{E}_\perp + \bar{\nabla}_\perp\times\bar{k}E_z + \nabla_z\bar{k}\times\bar{k}E_z \qquad (78)$$

Le premier terme à droite est longitudinal (en z), les deux suivants sont transversaux (en (x, y)) et le dernier est évidemment nul. De même pour l'équation (73).

On a donc pour la première équation de MAXWELL (72) :

$$\nabla_z\bar{k} + \bar{E}_\perp + \bar{\nabla}_\perp\times\bar{k}E_z = -j\omega\mu_0\bar{H}_\perp \qquad (79)$$

$$(\bar{\nabla}_\perp + \bar{E}_\perp)_z = -j\omega\mu_0 H_z - j\omega\mu_0 M_z \qquad (80)$$

soit encore :

$$jkE_y + \frac{\partial E_z}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_x \qquad (81)$$

$$-jkE_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \qquad (82)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z - j\omega\mu_0 M_z \qquad (83)$$

et pour la deuxième équation de MAXWELL (73) :

$$jkH_y + \frac{\partial H_z}{\partial y} = j\omega\varepsilon_0 E_x + j\omega P_x \qquad (84)$$

$$-jkH_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon_0 E_y + j\omega P_y \qquad (85)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon_0 E_z + j\omega P_z \qquad (86)$$

Rappelons que nous menons ce calcul avec un mode TE, c'est-à-dire pour lequel

$$\boxed{E_z = 0} \qquad (87)$$

.../...

Des deux équations (81) et (82), on tire ainsi :

$$Ex = \frac{\omega N_0}{k} Hy \qquad (88)$$

$$Ey = -\frac{\omega N_0}{k} Hx \qquad (89)$$

et de (86) :

$$\frac{\partial Hy}{\partial x} - \frac{\partial Hx}{\partial y} = j\omega P_3 \qquad (90)$$

Dérivons (84) et (85) respectivement suivant x et y et sommons, on obtient :

$$-k\omega P_3 = j\omega \varepsilon_0 \left(\frac{\partial Ex}{\partial x} + \frac{\partial Ey}{\partial y}\right) + j\omega\left(\frac{\partial Px}{\partial x} + \frac{\partial Py}{\partial y}\right) \qquad (91)$$

Introduisons (88) et (89) dans respectivement (84) et (85), puis dérivons les nouvelles expressions obtenues, la première par rapport à y, la deuxième par rapport à x.

La deuxième moins la première nous donne :

$$\left(\nabla_\perp^2 + \frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) H_3 = -j\omega\left(\frac{\partial Py}{\partial x} - \frac{\partial Px}{\partial y}\right) - \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{k^2c^2}{\omega^2}\right) M_3 \qquad (92)$$

reste à exprimer les composantes :

$$\frac{\partial Py}{\partial x} - \frac{\partial Px}{\partial y} \quad \text{et} \quad M_3$$

prenons l'expression (41) et décomposons suivant x et y :

$$Px = \varepsilon_0 \chi (Ex + j\, Ey) \qquad (93)$$

$$Py = \varepsilon_0 \chi (-j\, Ex + Ey) \qquad (94)$$

Nous sommes obligés à ce niveau d'introduire une hypothèse afin d'exprimer la dépendance de Ex en fonction de E_y :

posons $\boxed{Dx = 0}$ (95)

Nous cherchons en somme des solutions vérifiant (95) (ceci pourrait être étendu à d'autres valeurs de D_x).

.../...

c'est-à-dire que nous négligeons le déplacement électrique suivant x, ne tenant compte par là même que d'un déplacement électrique suivant y. D'après l'équation (77)', ceci revient à dire :

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \quad \forall y \tag{96}$$

en d'autres termes, la condition (95) revient à prendre un champ électrique HF qui ne varie pas en x.

Appliquons (95) à (77) et d'après (93) et (94) :

$$P_x = j\varepsilon_0 \frac{\chi}{1+\chi} E_y \tag{97}$$

$$P_y = \varepsilon_0 \frac{\chi}{1+\chi} E_y \tag{98}$$

de là, on tire :

$$\frac{\partial P_y}{\partial x} - \frac{\partial P_x}{\partial y} = \frac{\varepsilon_0 \chi}{1+\chi} \frac{\partial E_y}{\partial x} \tag{99}$$

et

$$M_3 = -j \frac{B_{1o}^2}{2\mu_0 \omega_c} \frac{\chi}{1+\chi} \frac{\partial E_y}{\partial x} \tag{100}$$

de plus de (83), on tire :

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_3 \Big/ \left(1 + \frac{\chi}{1+\chi} \frac{\omega B_{1o}^2}{2\omega_c}\right) \tag{101}$$

finalement (87), (94), (95) et (96) réunis donnent :

$$\boxed{\frac{\partial^2 H_3}{\partial x^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}(1+\nu) - k^2\right] H_3 = 0} \tag{102}$$

On obtient une relation similaire en E_y :

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}(1+\nu) - k^2\right] E_y = 0} \tag{103}$$

avec :

$$\boxed{\nu = \frac{\chi\left[1 - \frac{\omega B_{1o}^2}{2\omega_c}\left(1 - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}\right)\right]}{1 + \chi\left(1 + \frac{\omega B_{1o}^2}{2\omega_c}\right)}} \tag{104}$$

.../...

L'équation (104) tient compte explicitement de la charge d'espace d'une part, du moment magnétique d'autre part.

II.3.5. Solutions des équations de propagation

La résolution de l'équation (102) nous donne deux équations relatives au vide et au plasma, en outre E_y s'exprime facilement en fonction de $\partial H_z / \partial x$; enfin, les conditions aux limites sur le champ :

$$E_y(x = D) = 0 \tag{105}$$

dans le vide

et

$$H_z(x = 0) = 0 \tag{106}$$

dans le plasma

déterminent les constantes de manière univoque. Ecrivons ces équations :

$$H_z = 2A \cos \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2}\,(x - D)\; e^{-j\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2}\,D} \tag{107}$$

$$E_y = -2j \frac{A}{\omega \varepsilon_0} \frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2}}{1 - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}}\; e^{-j\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2}\,D} \tag{108}$$

pour

$$|d| \leqslant x \leqslant |D| \quad \text{(vide)}$$

et

$$H_z = -2j A' \sin \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}(1+\mu) - k^2}\; x \tag{109}$$

$$E_y = \frac{2A'}{\omega \varepsilon_0} \frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}(1+\mu) - k^2}}{\frac{1+2\chi}{1+\chi} - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}} \cos \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}(1+\mu) - k^2}\; x \tag{110}$$

pour

$$0 \leqslant x \leqslant |d| \quad \text{(plasma)}$$

.../...

II.3.6. Etablissement d'une équation transcendante

Exprimons enfin la continuité des composantes tangentielles en x = d.

On obtient ainsi deux égalités. En effectuant le rapport de ces deux égalités, on élimine les constantes A et A', on aboutit ainsi à une équation transcendante :

$$\varepsilon(K^2+\mu)^{-1/2} \operatorname{tg}\frac{\omega}{\omega_{cut}}(K^2+\mu)^{1/2}\theta = K \operatorname{cotg}\frac{\omega}{\omega_{cut}} K(\Psi-\theta) \qquad (110)$$

Où nous avons normalisé toutes les quantités par la fréquence de coupure et où nous avons posé :

$$K^2 = 1 - k^2c^2/\omega^2 \qquad (111)$$

$$\varepsilon = K^2 + \chi/(1+\chi) \qquad (112)$$

$$k_{cut} = \omega_{cut}/c \qquad (113)$$

$$\theta = k_{cut}\, d \qquad (114)$$

$$\Psi = k_{cut}\, D \qquad (115)$$

μ étant défini par l'expression (104).

II.3.7. Calcul sans champ de charge d'espace

On peut effectuer, bien entendu, un calcul similaire où l'on néglige le champ de charge d'espace, c'est-à-dire :

$$E_x = 0 \qquad (116)$$

.../...

dans ce cas, (97) et (98) deviennent :

$$P_x = j\varepsilon_0 \chi E_y \qquad (117)$$

$$P_y = \varepsilon_0 \chi E_y \qquad (118)$$

et l'on retrouve l'équation transcendante (110)
avec :

$$\mathcal{E} = K^2 + \chi \qquad (119)$$

$$\nu = \chi \qquad (120)$$

K, Θ et Ψ conservant leur forme précédente (111), (114) et (115).

On remarque en particulier dans l'équation (120) que le moment magnétique n'est plus pris en compte. Nous sommes en effet proches d'une région de champ magnétique nul lorsque l'épaisseur du faisceau diminue.

II.3.8. Mode de propagation du guide

On peut également retrouver le mode de propagation du guide vide.

Dans ce cas, on a :

$$\chi = 0 \qquad (121)$$

On en déduit :

$$\mathcal{E} = K^2 \qquad (122)$$

$$\nu = 0 \qquad (123)$$

.../...

Soit en remplaçant dans (110) :

$$\operatorname{tg} \frac{\omega}{\omega_{cut}} K\theta = \operatorname{cotg} \frac{\omega}{\omega_{cut}} K(\varphi - \theta) \qquad (124)$$

Si l'on suppose enfin que θ est suffisamment petit, on peut faire un développement limité des deux termes de l'égalité (124).

On obtient ainsi :

$$-K\theta \operatorname{cotg} \frac{\omega}{\omega_{cut}} K\varphi = 0 \qquad (125)$$

pour $\theta \neq 0$ on a deux solutions :

1. $K = 0 \iff \boxed{\omega = \pm kc}$ (126)

C'est le cône de lumière.

2. $K\varphi = \pi/2 \iff \boxed{\omega^2 - (k^2 + k_{cut}^2)c^2 = 0}$ (127)

C'est le mode de propagation du mode du guide seul.

Evidemment, si l'on pose $\theta = 0$ en (124), on retrouve cette dernière solution.

II.3.9. Transformation de LORENTZ

Les conditions réelles d'un amplificateur suggèrent que nous considérions des fréquences réelles dans le référentiel lié au laboratoire.

Pour tenir compte de cette condition, il nous faut exprimer, à l'aide des transformations de LORENTZ, la fréquence et la constante de propagation du référentiel mobile en fonction de celles du référentiel fixe.

Affectons du signe "prime", toutes les quantités liées au référentiel mobile.

.../...

Si la vitesse longitudinale de ce repère par rapport au laboratoire est $v_{//}$, on peut écrire :

$$\omega' = \gamma_{//} (\omega - k v_{//}) \qquad (128)$$

$$k' = \gamma_{//} \left(k - \frac{\omega v_{//}}{c^2}\right) \qquad (129)$$

Nous verrons plus loin comment l'on peut exprimer le taux de croissance d'un TOP du type gyrotron en fonction de ces relations et de la conditions précédente.

II.3.10. Courbe de dispersion : interprétation

L'équation (129) étant exprimée dans le référentiel mobile, nous devons appliquer la transformation de LORENTZ, inverse de la précédente, pour obtenir les couples (ω, k) du diagramme de dispersion dans le référentiel du laboratoire.

On a donc un système, couplé ou non, à examiner :

- un mode guidé propre au circuit,
- un ou plusieurs modes faisceaux susceptibles d'intéragir avec le précédent.

Sur la figure 14, nous avons représenté schématiquement ce système dans les deux référentiels du plasma (14a) et du laboratoire (14b).

Toutes les quantités sont transformées de la façon suivante :

$$\beta'_{\perp} = \gamma_{//} \beta_{\perp}$$

$$n' = n / \gamma_{//}$$

$$\gamma'_{\perp} = \gamma / \gamma_{//}$$

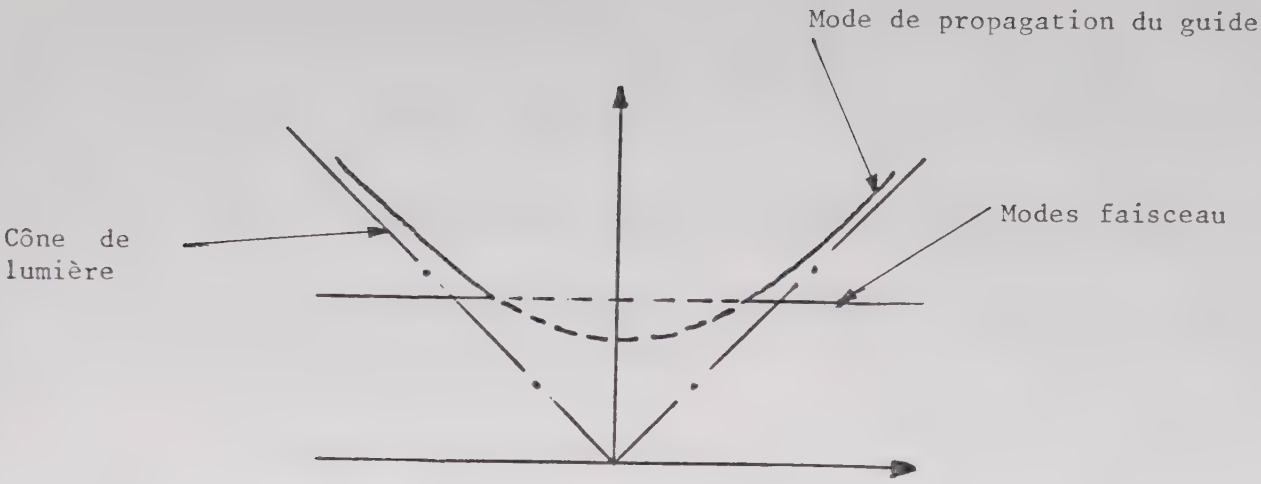
$$q' = q\gamma / \gamma_{\perp} \gamma_{//}^2 \qquad (130)$$

$$\frac{\omega'_c}{\omega_{cut}} = \frac{\omega_c}{\omega_{cut}} \gamma_{//} \gamma_{\perp} / \gamma$$

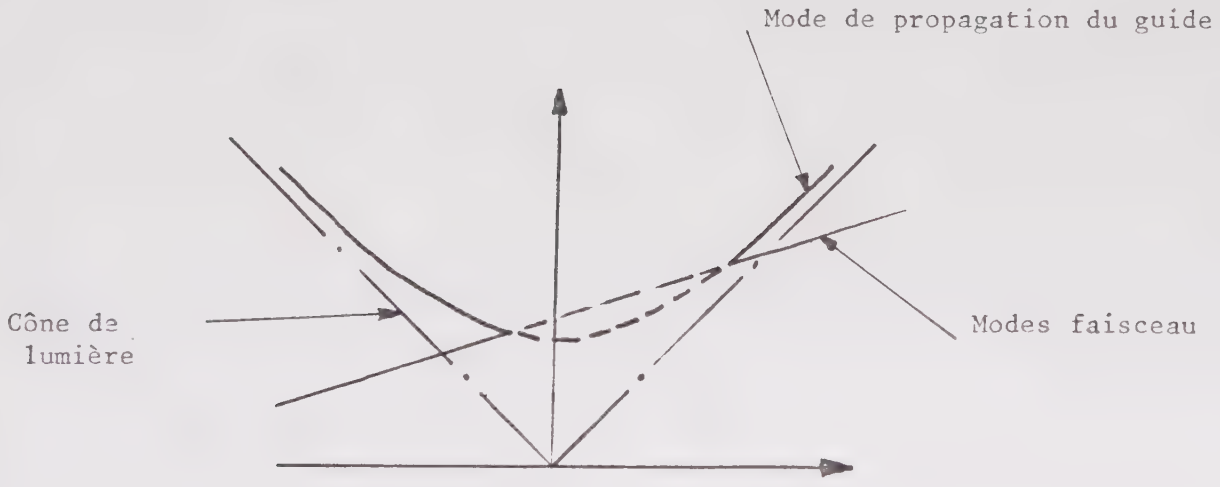
.../...

$$\Omega'_o = \Omega_o$$

$$\omega'_{cut} = \omega_{cut}$$



(a) - Référentiel mobile



(b) - Référentiel du laboratoire

FIG. 14 - COURBE DE DISPERSION

traits pleins : modes non couplés

Traits pointillés : zones de couplage et d'instabilité

avec :

$$\gamma_\perp = (1 - \beta_\perp^2)^{-1/2}$$

$$\gamma_{//} = (1 - \beta_{//}^2)^{-1/2}$$

$$\gamma = (1 - \beta_\perp^2 - \beta_{//}^2)^{-1/2} \qquad (131)$$

II.3.11. Approximation algébrique de l'équation de dispersion

On peut développer l'équation transcendante (110) ou (124) autour du mode de propagation du guide (127).

On aboutit à l'équation suivante, après quelques calculs /24/, /25/ :

$$\frac{\chi}{1+\chi} \frac{\alpha}{2} + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = 0 \qquad (132)$$

où :

$$\alpha/2 = d/D \qquad (133)$$

et

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_{cut}^2} = \frac{k_0^2}{k_{cut}^2} + 1 \qquad (134)$$

pour le mode de propagation du guide.

Remplaçons l'espression (44) de χ dans (132), on retrouve l'équation du 3ème degré qui est le plus souvent traitée dans la littérature /16/, /18/.

Elle donne donc trois racines, soit :

- deux racines complexes conjuguées et une racine réelle,
- trois racines réelles.

Dans le premier cas, les racines complexes conjuguées donnent lieu à une instabilité de type cyclotron avec un mode qui amplifie l'onde guidée et un mode qui atténue cette onde. La racine réelle correspond à la solution du mode guidé.

.../...

Dans le deuxième cas, les trois racines réelles correspondent aux solutions des deux modes faisceau et du mode guidé qui ne donnent pas lieu à une instabilité.

II.3.12. Méthode numérique de résolution de l'équation transcendante

Pour des commodités de calcul, il est préférable de se placer dans un cas où θ est suffisamment petit.

Posons donc :

$$0 \backsim \theta \ll \Psi \tag{135}$$

Reprenons l'expression (110), on constate que le moment magnétique disparaît.

Ceci est satisfaisant puisque l'apparition de ce moment était liée à un plasma suffisamment épais.

On peut donc écrire (110) sous une autre forme :

$$\varepsilon = \frac{K \cot g \frac{\omega'}{\omega_{cut}} \; K(\Psi - \theta)}{\frac{\omega'}{\omega_{cut}} \; \theta} \tag{136}$$

Rappelons que l'équation (136) est exprimée dans le référentiel mobile du faisceau.

La méthode de résolution est la suivante : nous cherchons des solutions en k pour ω réel par une méthode d'iteration. Fixons ω et initialisons k (cas de l'amplificateur). Les formules (128) et (129) nous donnent ω' et k' qui, introduits dans (136), vont donner une valeur de χ'

D'après (44), nous en tirons une nouvelle valeur de ω' :

$$\omega' = \omega'_c \left[1 - \left(\frac{q'}{2} \pm \sqrt{q' \left(\frac{q'}{4} + \chi' \beta_{\perp 0}'^2 \right)} \right) / 2\chi' \right] \tag{137}$$

et en appliquant la transformation de LORENTZ inverse :

$$k = \frac{1}{v_{//}} \left(\omega - \frac{\omega'}{\gamma_{//}} \right) \tag{138}$$

.../...

Cette nouvelle valeur est comparée à la valeur précédente de k.

On définit la convergence à l'aide d'un critère de précision. Si celle-ci n'est pas atteinte, on réintroduit (138) dans (136) et ainsi de suite jusqu'à la convergence. Précisons que cette convergence n'a pas été assurée dans la région où $Re\ k$ est petit. Notons qu'il y a deux solutions de ω' en (137), le calcul a donc été effectué avec les deux racines successivement.

De plus, nous avons résolu (136) avec et sans charge d'espace.

II.3.13. Solutions numériques

Le choix des paramètres utilisés a été déterminé par les conditions de fonctionnement des tubes actuels.

$$d/D = 0,166 \quad , \quad B'_\perp = 0,5 \quad , \quad B_{//} = 0,23$$

$$\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1,0 \quad , \quad 1,03 \quad , \quad 1,08$$

et

$$q = 2\ 10^{-3} \quad , \quad 10^{-2}$$

ce qui correspond à des densités électroniques n (e/cm3) et à des courants I [A] rapportés à la géométrie réelle (cf. fig. 6) donnés par le tableau IV suivant :

q	2×10^{-3}	10^{-2}
n [e/cm³]	3×10^{10}	$1,5 \times 10^{11}$
I [A]	4	20

Tableau IV - Densités et courants utilisés

Les figures suivantes illustrent les solutions obtenues pour l'onde croissante. Nous en désuisons les solutions pour l'onde décroissante par symétrie par rapport à l'axe Re k.

.../...

Deux modes faisceaux :

① ——— Avec charge d'espace
—.—. Sans charge d'espace

② ---- Avec charge d'espace
..... Sans charge d'espace.

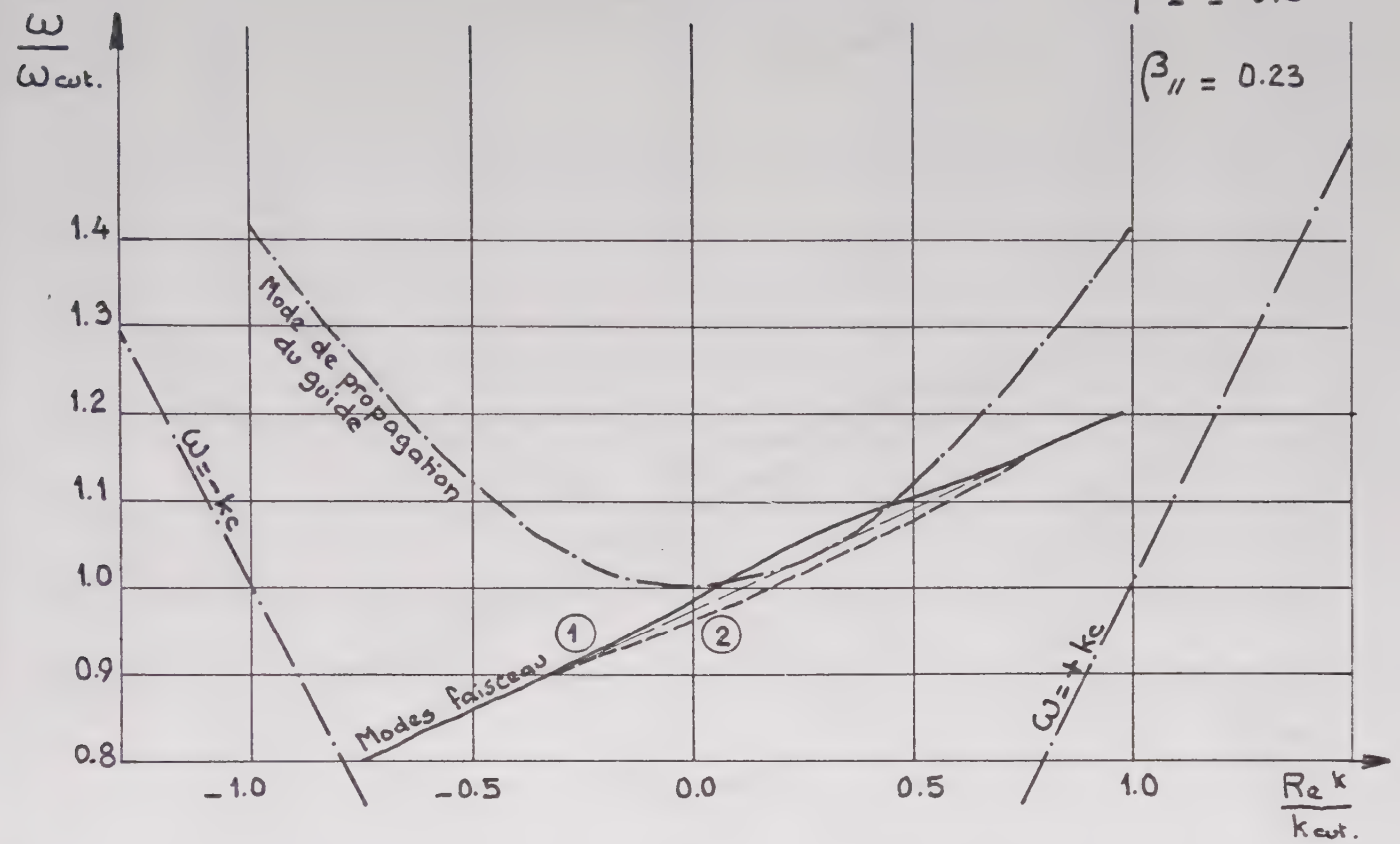
$\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1.0$

$d/D = 0.166$

$q = 2 \times 10^{-3}$

$\beta'_\perp = 0.5$

$\beta_{//} = 0.23$



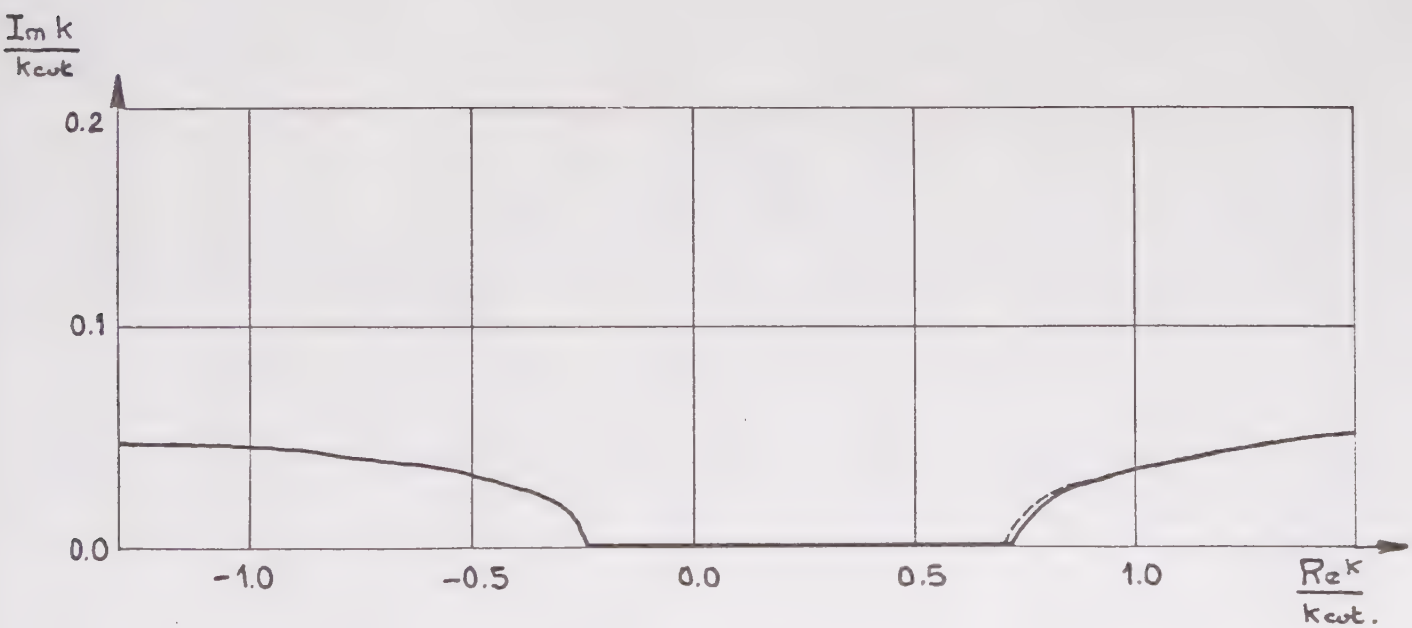
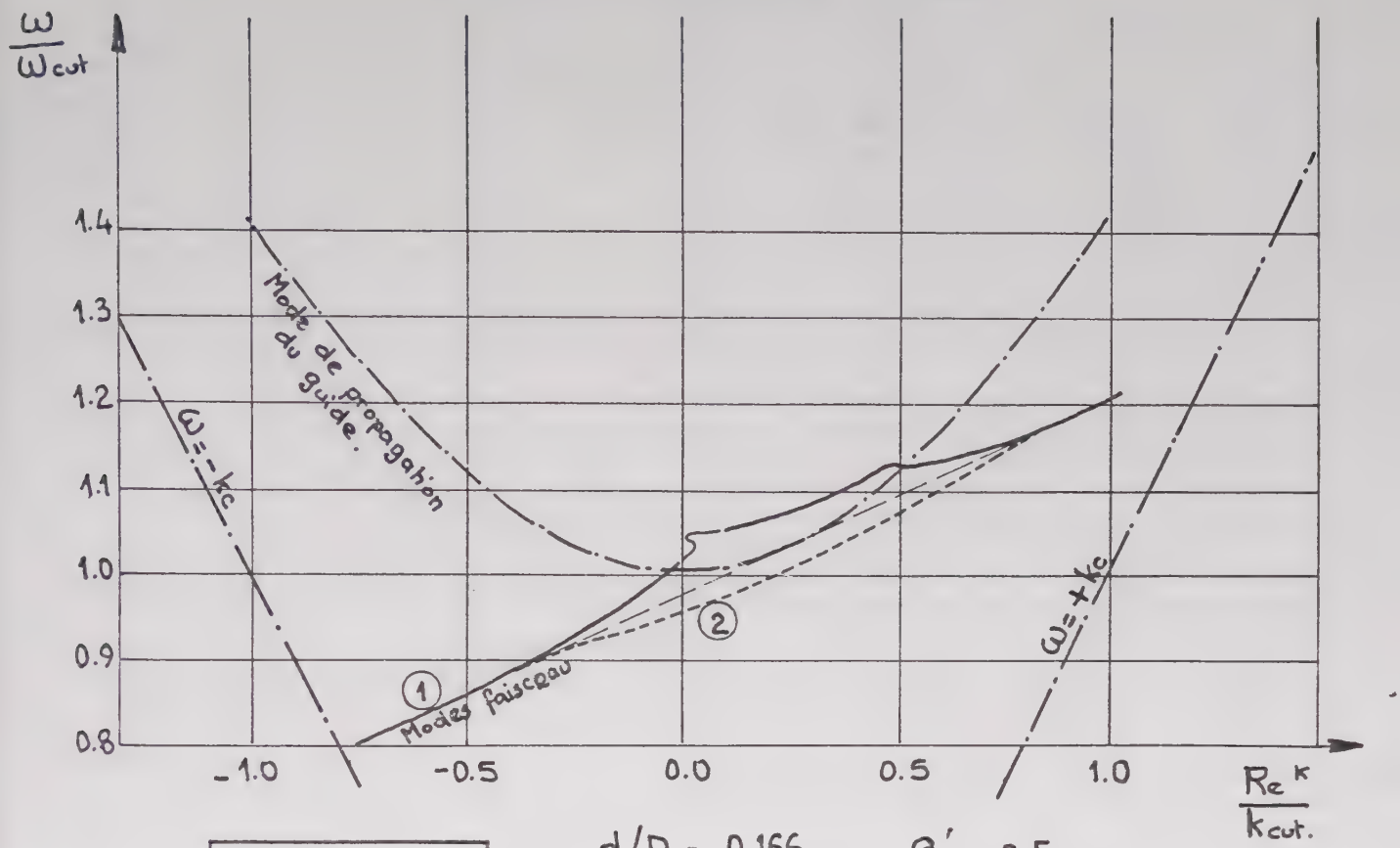


Fig.15 Courbe de dispersion pour $q = 2 \times 10^{-3}$ et $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1.0$

Deux modes faisceaux:

① —— Avec charge d'espace
① —·— Sans charge d'espace

② ----- Avec charge d'espace
② ..... Sans charge d'espace.



$\frac{\Omega 0}{\omega_{cut}\,\gamma'_{\perp}} = 1.0$

$d/D = 0.166$ $\quad \beta'_{\perp} = 0.5$

$q = 10^{-2}$ $\quad \beta_{//} = 0.23$

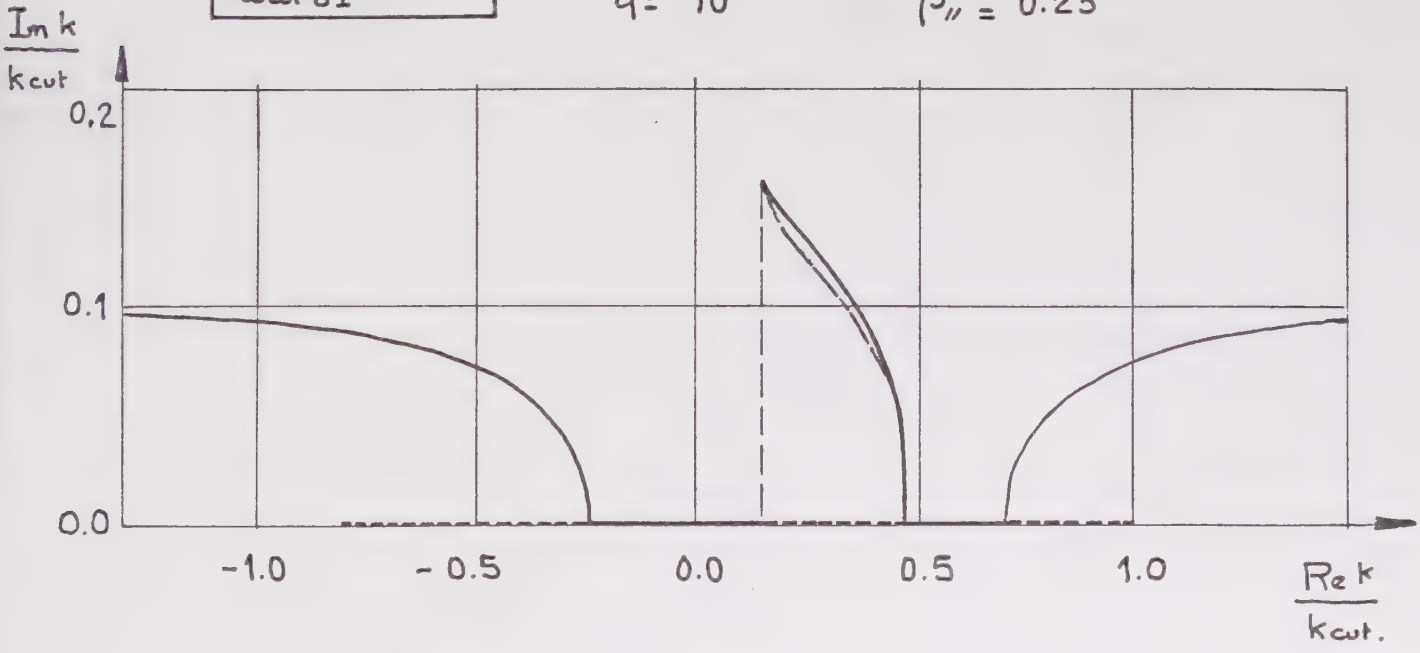


Fig. 16 Courbe de dispersion pour $q = 10^{-2}$ et $\frac{\Omega 0}{\omega_{cut}\,\gamma'_{\perp}} = 1.0$

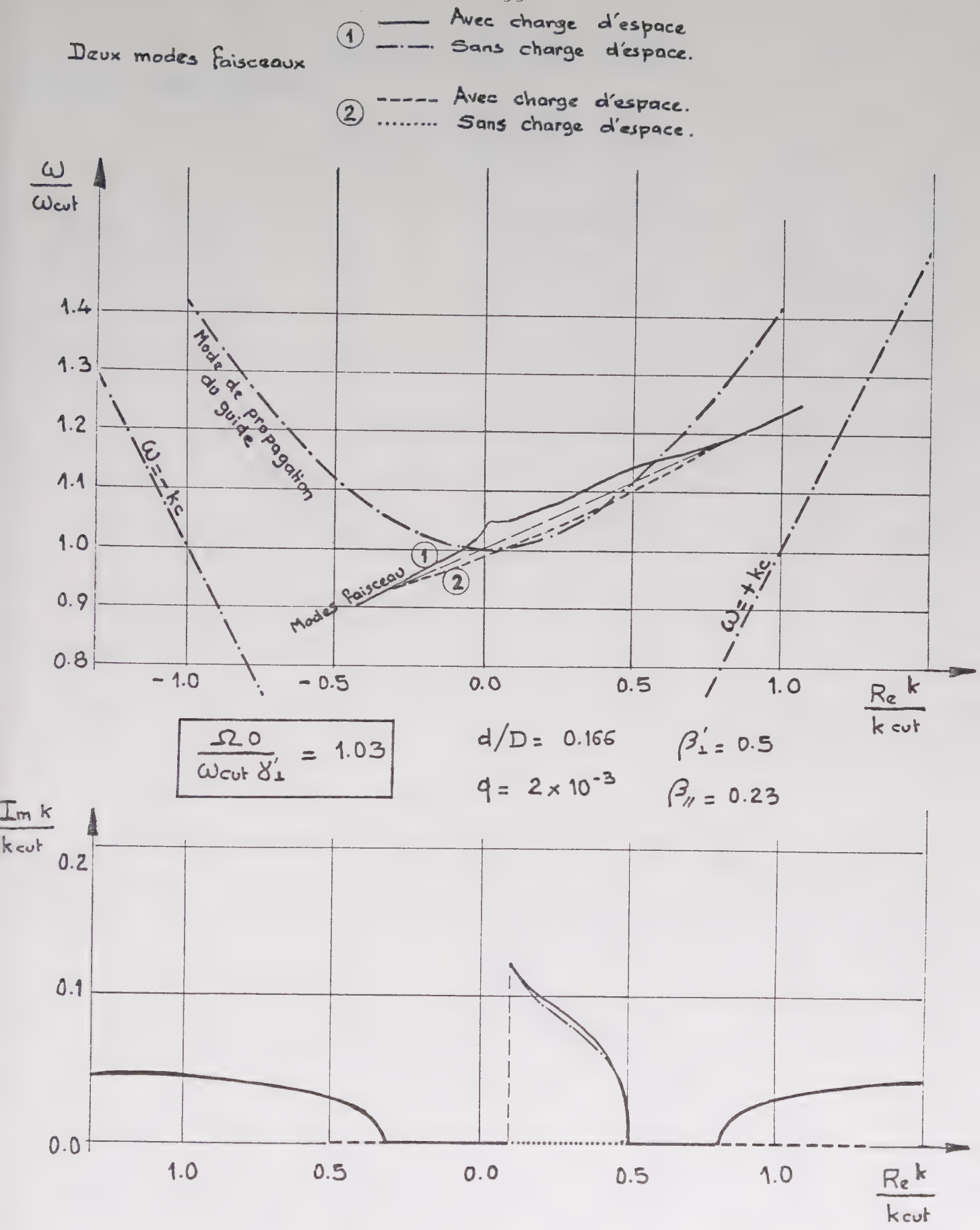


Fig.17 Courbe de dispersion pour $q = 2 \times 10^{-3}$ et $\frac{\Omega 0}{\omega_{cut}\,\gamma'_{\perp}} = 1.03$

Deux modes faisceaux

① —— Avec charge d'espace.
① —.— Sans charge d'espace.
② ----- Avec charge d'espace.
② ..... Sans charge d'espace.

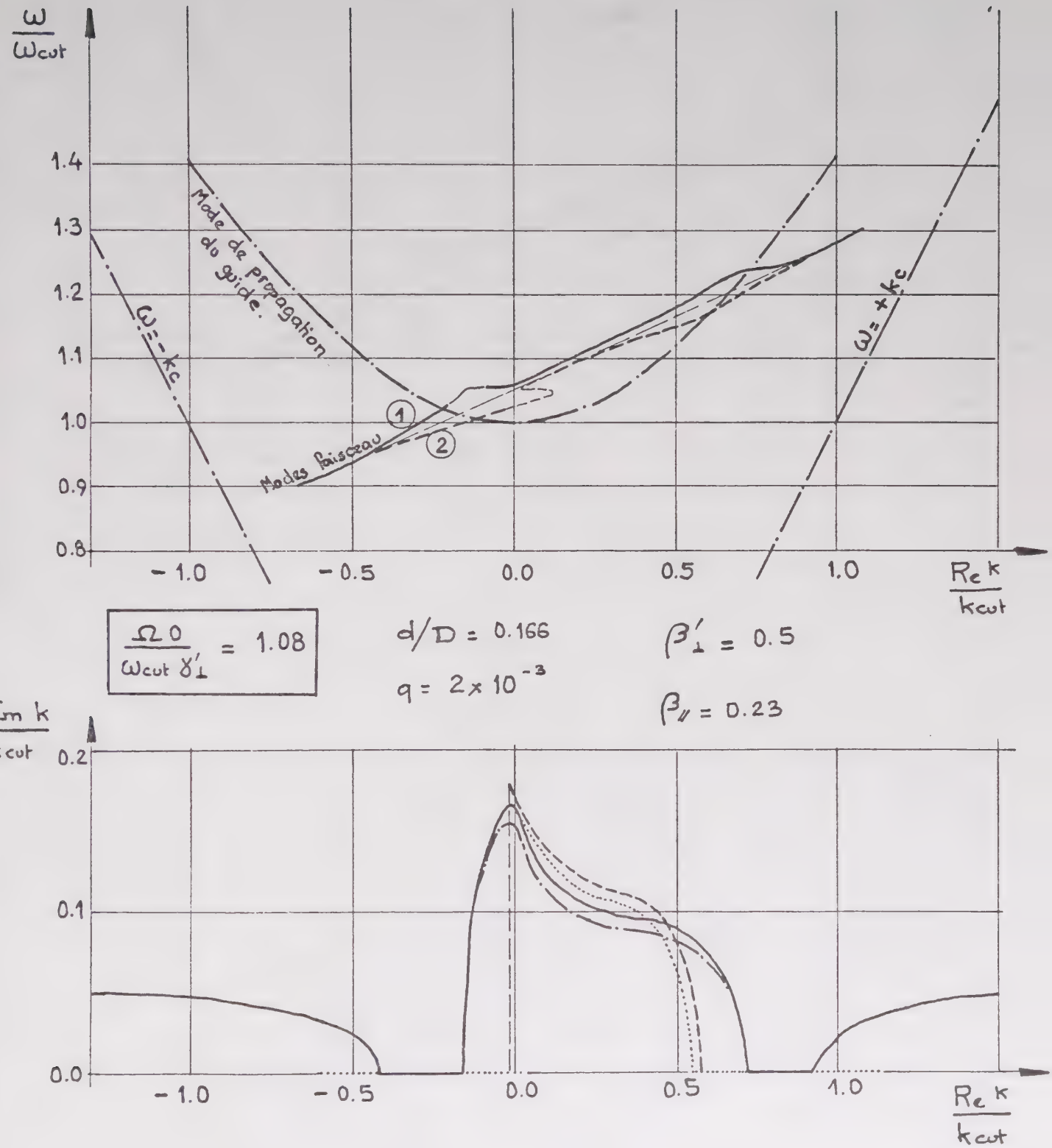
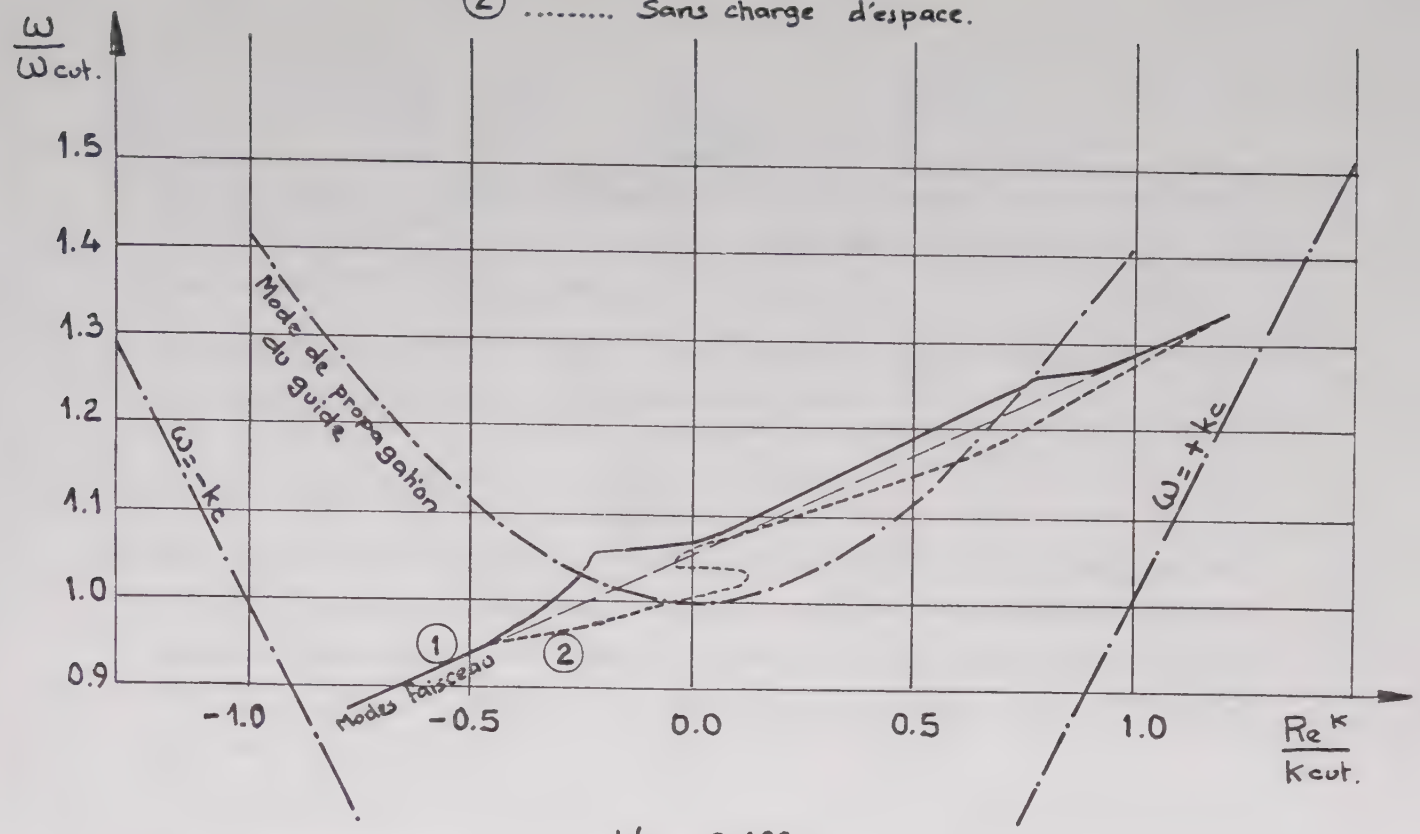


Fig. 18 Courbe de dispersion pour $q = 2 \times 10^{-3}$ et $\frac{\Omega 0}{\omega_{cut} \gamma'_\perp} = 1.08$

Deux modes faisceaux

① —— Avec charge d'espace.
① —·— Sans charge d'espace.

② ----- Avec charge d'espace.
② ..... Sans charge d'espace.



$\frac{\Omega 0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1.08$

$d/D = 0.166$

$q = 10^{-2}$

$\beta'_\perp = 0.5$

$\beta_{//} = 0.23$

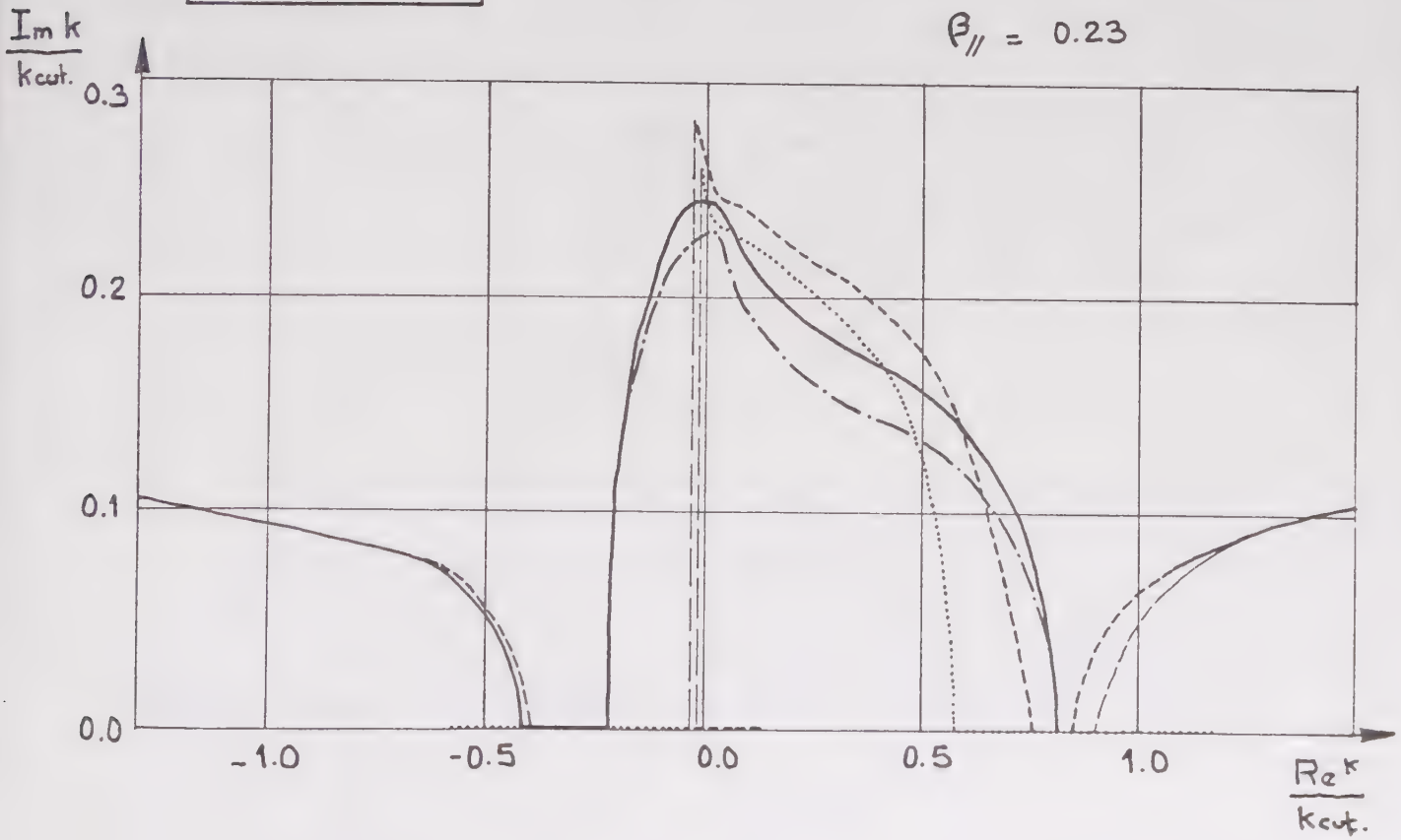


Fig. 19 : Courbe de dispersion pour $q = 10^{-2}$ et $\frac{\Omega 0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1.08$

Fig. 15 : $q = 2 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1,0$

1. Près du mode de propagation du guide, nous obtenons deux racine réelles Le faisceau comporte deux modes. Nous n'observons pas d'instabilité.
2. Seules des instabilités apparaissent lorsque l'on s'éloigne de cette zone, et ceci uniquement en charge d'espace.

Fig. 16 : $q = 10^{-2}$ $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1.0$

1. Près du mode de propagation du guide, nous obtenons deux racines complexes conjuguées et une racine réelle. Un des deux modes faisceaux se couple au mode de propagation du guide et donne naissance à une instabilité du type cyclotron. Les calculs avec et sans charge d'espaces sont peu différents dans cette zone.
2. On observe à nouveau les instabilités en charge d'espace lorsque l'on s'éloigne.

Fig. 17 : $q = 2 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1.03$

Mêmes observations que celles de la figure 16;

Fig. 18 : $q = 2 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1.08$

Nous obtenons quatre racines complexes conjuguées près du mode de propagation du guide. Les bandes passantes obtenues sont différentes.

Fig. 19 : $q = 10^{-2}$ $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\,\gamma'_\perp} = 1.08$

Mêmes observations que celles de la figure 18. Les phénomènes sont amplifiés. De plus, la charge d'espace joue un rôle plus important.

II.3.14. Interprétation des résultats numériques

Au vu des résultats numériques obtenus, on peut faire plusieurs remarques valables dans les conditions fixées (paragraphe II.3.13.).

.../...

1. Pour les faibles valeurs du champ magnétique B_o ($\frac{\Omega_o}{\omega_{cut}\gamma'_\perp} = 1{,}0 - 1{,}03$), c'est-à-dire lorsque le mode faisceau est proche de ω_{cut}, nous retrouvons les types de solutions obtenus à l'aide de l'approximation algébrique du 3ème degré (cf II.3.11.).

2. Pour ces mêmes valeurs du champ magnétique B_o, l'effet de la charge d'espace est peu sensible dans la région d'interaction avec le mode du guide : on observe (fig. 16 et 17) une augmentation du taux de croissance en charge d'espace qui n'excède pas 5 % environ par rapport au taux calculé sans charge d'espace.

3. Si l'on augmente le champ magnétique B_o ($\frac{\Omega_o}{\omega_{cut}\gamma'_\perp} = 1{,}08$), le faisceau et le mode de propagation ne sont plus couplés qu'en deux points du diagramme (ω, k); la charge d'espace joue alors un rôle important. Notons que les instabilités qui se développent à cet instant donnent des taux de croissance particulièrement pointus (fig. 18 et 19) autour de l'intersection du mode faisceau avec l'onde inverse du mode de propagation du guide. De tels taux sont difficilement utilisables dans un amplificateur. Nous voyons d'autre part les effets de la charge d'espace qui sont, bien entendu, d'autant plus importants que q est grand : la différence entre les calculs avec et sans charge d'espace étant supérieure à 10 %.

4. Dans tous les cas, on observe des instabilités de pure charge d'espace loin du mode de propagation du guide. Ces instabilités apparaissent lorsque χ tend vers -1. En effet, si l'on reprend l'expression (136) on en tire la condition suivante : pour $\chi \longrightarrow -1$

$$\left| \frac{K \operatorname{Cotg} \frac{\omega'}{\omega_{cut}} K(\varphi - \theta)}{\frac{\omega'}{\omega_{cut}} \theta} \right| \gg 1 \qquad (139)$$

condition que l'on réalise facilement lorsque $\omega \simeq \omega_c$ c'est-à-dire lorsque le mode faisceau n'est pas couplé à celui du guide.
Remplaçons (137) dans (138) et faisons tendre χ' vers -1, on obtient :

$$k \simeq \frac{1}{N_{//}} \left[\omega - \omega'_c \left(1 + \frac{q'}{4} \pm j \sqrt{\frac{\beta'^2_{10} q'}{4} - \frac{q'^2}{16}} \right) \right] \qquad (140)$$

pour q petit (tel que nous l'avons pris), on en tire :

$$\left| \operatorname{Im} \frac{k}{k_{cut}} \right| = \frac{1}{\beta_{//}} \left(\frac{\Omega_o}{\omega_{cut}\gamma'_\perp} \right) \sqrt{\frac{q' \beta'^2_{10}}{4} - \frac{q'^2}{16}} \qquad (141)$$

d'où l'ordonnée des asymptotes (tableau V) sur les figures.

.../...

$\Omega_o / \omega_{cut} \gamma'_\perp$ \ q	2×10^{-3}	10^{-2}
1,0	$4,90 \times 10^{-2}$	$10,90 \times 10^{-2}$
1,03	$5,05 \times 10^{-2}$	-
1,08	$5,30 \times 10^{-2}$	$11,8 \times 10^{-2}$

Tableau V : Valeurs des asymptotes pour q et $\frac{\Omega_o}{\omega_{cut} \gamma'_\perp}$ donnés

Enfin, le taux de croissance de ces ondes (en dB/m) est donné par :

$$g = 20 \log_{10} e \, |Im\, k| \simeq 8.7 \frac{\omega_{cut}}{c} \left| Im \frac{k}{k_{cut}} \right| \qquad (142)$$

soit pour $\omega_c = 2\pi \times 35 \times 10^9$ (fréquence de coupure autour de 35 GHz)

et $c = 3 \times 10^8$, le tableau VI suivant :

$\Omega_o / \omega_{cut} \gamma'_\perp$ \ q	2×10^{-3}	10^{-2}
1,0	156	348
1,03	161	-
1,08	169	376

Tableau VI : Taux de croissance (en dB/m) pour q et $\frac{\Omega_o}{\omega_{cut} \gamma'_\perp}$ donnés

Le taux de croissance varie comme $q^{1/2}$ ou $I_o^{1/2}$ où I_o est le courant faisceau. On peut le vérifier en regardant la formule (141) pour q petit.

5. A titre d'exemple, nous pouvons calculer le taux de croissance dans la zone d'instabilité du type cyclotron.

.../...

Soit par exemple Re k/k_{cut} = 0,15. Appliquons directement l'expression (142) avec Im k/k_{cut} mesuré sur les figures 15, 16, 17, 18 et 19. Le tableau VII donne les valeurs ainsi trouvées pour la même instabilité (même mode).

$\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\gamma'_\perp}$ \ q	2×10^{-3}	10^{-2}
1,0	0	995
1,03	695	-
1,08	721	1288

Tableau VII : Taux de croissance (en dB/m) pour q, $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\gamma'_\perp}$ et Re k/k_{cut} donnés.

Les taux de croissance sont d'autant plus élevés que $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\gamma'_\perp}$ et q sont plus grands comme nous le faisions remarquer précédemment (voir 1. et 2.).

II.3.15. Conclusion

Les conditions de calcul que nous avons choisies (q = 2×10^{-3}, 10^{-2}, $\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\gamma'_\perp}$ = 1,0 - 1,03 - 1,08) correspondent aux conditions de fonctionnement actuel des tubes.

Pour les faibles valeurs de la densité (courant de 4 A), les phénomènes de charge d'espace sont peu sensibles ; si l'on augmente le courant (20 A) ils deviennent plus importants et il est probable qu'ils sont à la base d'oscillations parasites qui limitent le rendement des tubes.

D'autre part, si le champ magnétique est trop élevé ($\frac{\Omega_0}{\omega_{cut}\gamma'_\perp} = 1.08$), on observe un taux de croissance qui rend un amplificateur difficilement utilisable.

D'autres calculs sont nécessaires afin d'optimiser les conditions de fonctionnement d'un gyrotron à ondes progressives.

.../...

Enfin, le modèle peut être affiné si l'on tient compte des pertes dans les parois, comme l'ont fait Y.Y. LAU et al. /26/, /27/, qui ont pour effet de diminuer le taux de croissance.

CHAPITRE III

ETUDE DU CIRCUIT

INTRODUCTION

Le souci majeur qui préside à la réalisation d'un tube électronique, de manière générale, est sans aucun doute celui d'optimiser ses paramètres physique et géométrique qui lui assureront un gain, un rendement maximal et bien entendu une fiabilité, une précision qui en font un outil de travail sûr, que ce soit pour des expériences en laboratoire ou encore des applications précises dans l'industrie.

C'est donc guidé par ce souci qu'a été entreprise l'étude du gyrotron, tube nouveau en France et dont les paramètres restaient à préciser.

Bien entendu, une étude complète du tube dépasserait largement le cadre de cet exposé. Nous nous bornerons donc, ici, à décrire principalement les calculs et mesures préliminaires en laboratoire en vue d'un tube qui fonctionne, mesures appelées "mesures à froid', c'est-à-dire en l'absence de faisceau électronique (voir présentation générale).

III.1 Impédance ramenée par le cornet

Avant d'aborder l'aspect purement expérimental du tube, il est fondamental de s'intéresser au principe d'extraction de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans la cavité résonnante.

Il était difficile d'envisager une sortie de l'énergie sur guide rectangulaire ou circulaire, ou encore coaxial, en se positionnant, par exemple, au maximum du champ électrique transversalement à l'axe de la cavité dans le cas de la fig. 0 : en effet, le focalisateur qui produit le champ magnétique constant, le long de la cavité, restreint considérablement l'accès à cette partie du tube.

Nous avons donc fixé notre attention autour d'un système cavité-cornet de sortie (fig. 20), système déjà usité par nombre d'équipes de par le monde et qui a fait ses preuves (tubes VARIAN, NRL, etc...). Encore qu'il soit certain que toutes les possibilités (tous les profils) n'aient pas encore été exploitées et que, dans l'avenir, on verra des profils plus élaborés qui augmenteront les possibilités d'extraction de l'énergie et donc amélioreront les performances du gyrotron.

Le premier concept à définir c'est celui de l'impédance ramenée à la sortie de la cavité par le cornet et qui intervient, nous le verrons plus loin, dans les calculs de fréquence et de couplage extérieur de la cavité.

Il serait fastidieux d'effectuer ce calcul en reliant les champs électromagnétiques de part et d'autre du plan d'intersection du système cavité-cornet. Nous lui préférerons donc une méthode moins précise peut-être, mais infiniment plus simple et suffisante pour connaître les possibilités de ce tube.

Comme première hypothèse, nous supposerons que le cornet d'angle θ est adapté à l'infini et que, par conséquent, il n'existe pas d'onde réfléchie.

.../...

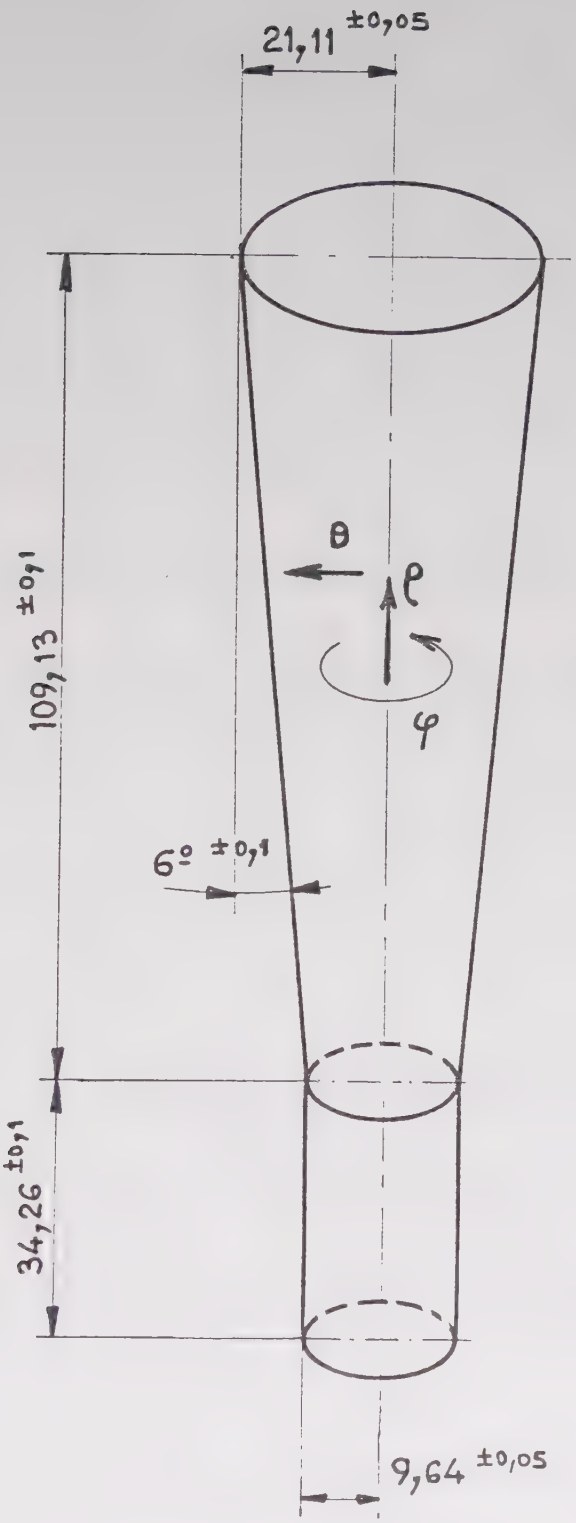


Fig. 20: Systéme cavité_cornet

Cette hypothèse n'est pas irréaliste dans la mesure où l'on considère une cavité à la coupure, si bien que la grande ouverture du cornet est surdimensionnée par rapport à elle ; même si l'angle est faible, le calcul numérique montre que les effets de réflexion deviennent négligeables aux longueurs utilisées.

Considérant que le cornet est une portion de sphère, nous traiterons les champs en coordonnées sphériques : nous discernons immédiatement les limites d'un tel calcul qui, pour des angles d'ouverture excédant quelques degrés ($\theta > 10°$), n'est plus réaliste puique l'on approxime les plans extrèmes par des plans sphéroïdaux, par excès dans un cas, par défaut dans l'autre.

La résolution de l'équation de LEGENDRE (où U est solution) /28/ :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2 \sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial U}{\partial\theta}\right) + \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial\varphi}\right)\right] + k^2 U = 0 \quad (143)$$

nous conduit au champ électromagnétique qui, pour les modes TE, est donné par :

$$E_\rho = 0 \quad (144)$$

$$E_\theta = 0 \quad (145)$$

$$E_\varphi = E_{o\varphi}\, j\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}\frac{\sqrt{k\rho}}{\rho}\left[A J_\nu(k\rho) + B Y_\nu(k\rho)\right]\frac{d}{d\theta} P_n(\cos\theta) e^{j\omega t} \quad (146)$$

$$H_\rho = \frac{n(n+1)}{\rho^2}\sqrt{k\rho}\left[A J_\nu(k\rho) + B Y_\nu(k\rho)\right] P_n(\cos\theta) e^{j\omega t} \quad (147)$$

$$H_\theta = E_{o\varphi}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left\{\sqrt{k\rho}\left[A J_\nu(k\rho) + B Y_\nu(k\rho)\right]\right\}\frac{d}{d\theta} P_n(\cos\theta) e^{j\omega t} \quad (148)$$

$$H_\varphi = 0 \quad (149)$$

ou J_ν et Y_ν sont les fonction de BESSEL respectivement de première et de seconde espèce, relatives à la variation longitudinale ρ (fig. 20).

.../...

P_n est le pôlynome de LEGENDRE de première espèce, relatif à la variation augulaire du cornet.

Nous avons limité volontairement le calcul à un mode à symétrie azimutale (mode qui nous intéresse ici). C'est la raison pour laquelle il n'apparaît pas dans ces relations de terme relatif à la variation azimutale.

Avec la condition aux limites :

$$E\varphi\Big]_0 = 0 \qquad (150)$$

soit :

$$\frac{d}{d\theta} P_n(\cos\theta)\Big]_{\theta=\pm\theta_1} = 0 \qquad (151)$$

or à l'infini :

$$J_\nu(kr) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cos\left(kr - (\nu+\tfrac{1}{2})\tfrac{\pi}{2}\right) \qquad (152)$$

$$Y_\nu(kr) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \sin\left(kr - (\nu+\tfrac{1}{2})\tfrac{\pi}{2}\right) \qquad (153)$$

Deux cas se présentent donc :

$$\text{avec} \quad \nu = n + 1/2 \qquad (154)$$

1. n pair $\Rightarrow E\varphi \; \alpha \pm (A\sin\zeta - B\cos\zeta)$ (155)

si l'on désire une onde progressive, il suffit de poser :

$$A = j \text{ et } B = 1 \qquad (156)$$

2. n. impair $\Rightarrow E\varphi \; \alpha \pm (A\cos\zeta + B\sin\zeta)$ (157)

soit $A = 1$ et $B = -j$

On obtient ainsi pour expression de l'impédance ramenée à la coupure : c-à-d. $kr = n + \frac{1}{2}$ (158)

(pour la détermination de n et ν voir l'appendice E).

.../...

1. n pair

$$Y_{n+\frac{1}{2}}(kP) = -J_{-(n+\frac{1}{2})}(kP) \qquad (159)$$

$$Z = -\frac{E\varphi}{H\theta} = -j\sqrt{\frac{N_o}{\varepsilon_o}}\sqrt{n+\frac{1}{2}}\,(Q+P)/D \qquad (160)$$

avec :

$$Q = J_{n+1/2}(n+\tfrac{1}{2}) + jJ_{-(n+\frac{1}{2})}(n+\tfrac{1}{2}) \qquad (161)$$

$$P = \frac{1}{2\sqrt{n+\frac{1}{2}}}J_{n+\frac{1}{2}}(n+\tfrac{1}{2}) + \sqrt{n+\tfrac{1}{2}}\,J'_{n+\frac{1}{2}}(n+\tfrac{1}{2}) \qquad (162)$$

$$- j\left(\frac{1}{2\sqrt{n+\frac{1}{2}}}J_{-(n+\frac{1}{2})}(n+\tfrac{1}{2}) + \sqrt{n+\tfrac{1}{2}}\,J'_{-(n+\frac{1}{2})}(n+\tfrac{1}{2})\right) \qquad (163)$$

$$D = \left(\frac{1}{\sqrt{n+\frac{1}{2}}}J_{n+\frac{1}{2}}(n+\tfrac{1}{2}) + \sqrt{n+\tfrac{1}{2}}\,J'_{n+\frac{1}{2}}(n+\tfrac{1}{2})\right)^2 \qquad (164)$$

$$+\left(\frac{1}{2\sqrt{n+\frac{1}{2}}}J_{-(n+\frac{1}{2})}(n+\tfrac{1}{2}) + \sqrt{n+\tfrac{1}{2}}\,J'_{(n+\frac{1}{2})}(n+\tfrac{1}{2})\right)^2$$

2. n impair

$$Y_{n+\frac{1}{2}}(kP) = J_{-(n+\frac{1}{2})}(kP) \qquad (165)$$

$$Z = -\frac{E\varphi}{H\theta} = j\sqrt{\frac{N_o}{\varepsilon_o}}\sqrt{n+\tfrac{1}{2}}\,(\bar{Q}\times\bar{P})/D = j\sqrt{\frac{N_o}{\varepsilon_o}}\sqrt{n+\tfrac{1}{2}}\,(\overline{Q\times P})/D \qquad (166)$$

Les parties réelles et imaginaires de Z/Z_o avec Z_o = impédance du vide

$$\boxed{Z_o = \sqrt{\frac{N_o}{\varepsilon_o}} = 377\,\Omega} \qquad (167)$$

ont été tracées, en faisant varier l'indice n de 1 à 200 correspondant à des angles allant de 2π à 2° (fig. 21).

Il nous a semblé, à première vue, que l'on pouvait définir à partir de là une loi de variation de l'impédance trouvée, en fonction de l'angle θ, de la forme déjà connue /29/ :

$$Z = Z_o\,\frac{\ln \operatorname{cotg} \alpha\theta}{\beta} \qquad (168)$$

.../...

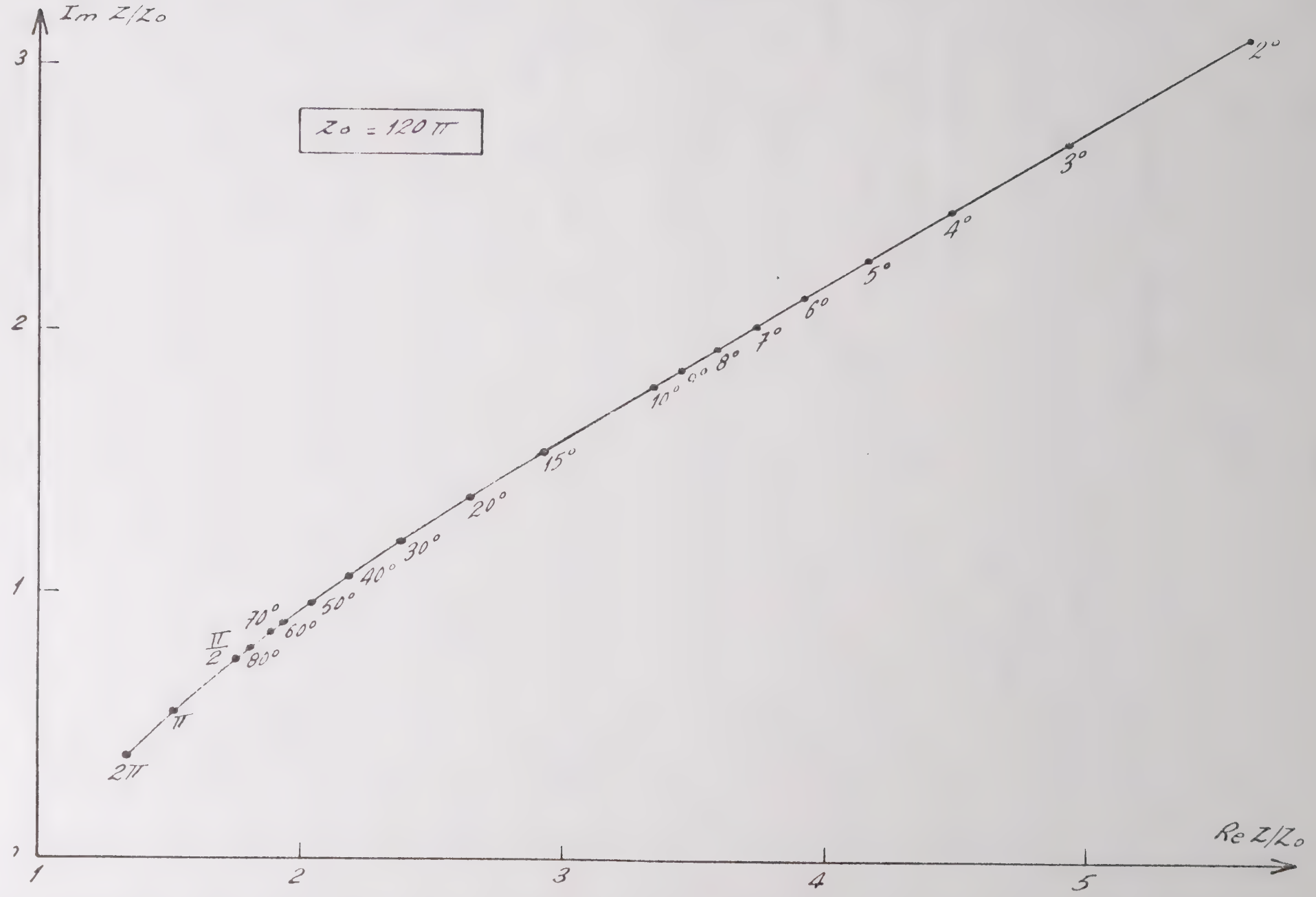


Fig.21: Impédance ramenée à la coupure par un cornet adapté à l'infini en fonction de son ouverture

α et β restant à déterminer.

Une analyse rapide sur échelle logarithmique (fig. 22) a en effet révélé une variation linéaire de Z/Z_o en fonction de θ (n'oublions pas que θ petit implique que $\cotg \alpha\theta \simeq 1/\alpha\theta$).

Nous avons ainsi établi :

$$\text{Re } Z/Z_o = - \text{Ln } \frac{4,4\theta}{U_{mn}} \Big/ \text{Ln } 2 \qquad (169)$$

avec

$$\nu \simeq U_{mn}/\theta \qquad (170)$$

et

$$Z/Z_o = \text{Re } Z/Z_o \ (1+j\alpha) \qquad (171)$$

où α est la pente.

Nous constatons le caractère inductif du cornet de sortie au niveau de la cavité, pour un cône de 6° d'ouverture. On tire immédiatement l'impédance d'entrée Z (fig. 21) :

$$Z = (3.9 + j\,2.2) \times 120\pi \ \Omega \qquad (172)$$

Sans faire l'hypothèse de l'adaptation du cornet à l'infini (section de cornet finie), on peut effectuer un peu plus précisement ce calcul ; il suffit pour celà, à l'aide des expressions exactes du champ électromagnétique (toujours en coordonnées sphériques), d'exprimer sous forme tensorielle les champs à l'entrée du cornet (petit diamètre) en fonction des champs à l'extrémité du cornet (grand diamètre).

.../...

pour $\nu > 50$, $\nu \simeq \mu_{mn}/\theta$

$$R_e \frac{z}{z_o} = -\ln \frac{4.4}{\mu_{mn}} \theta \Big/ \ln 2$$

et $\frac{z}{z_o} = R_e \frac{z}{z_o} (1 + j\alpha)$ où α est la pente de la tangente.

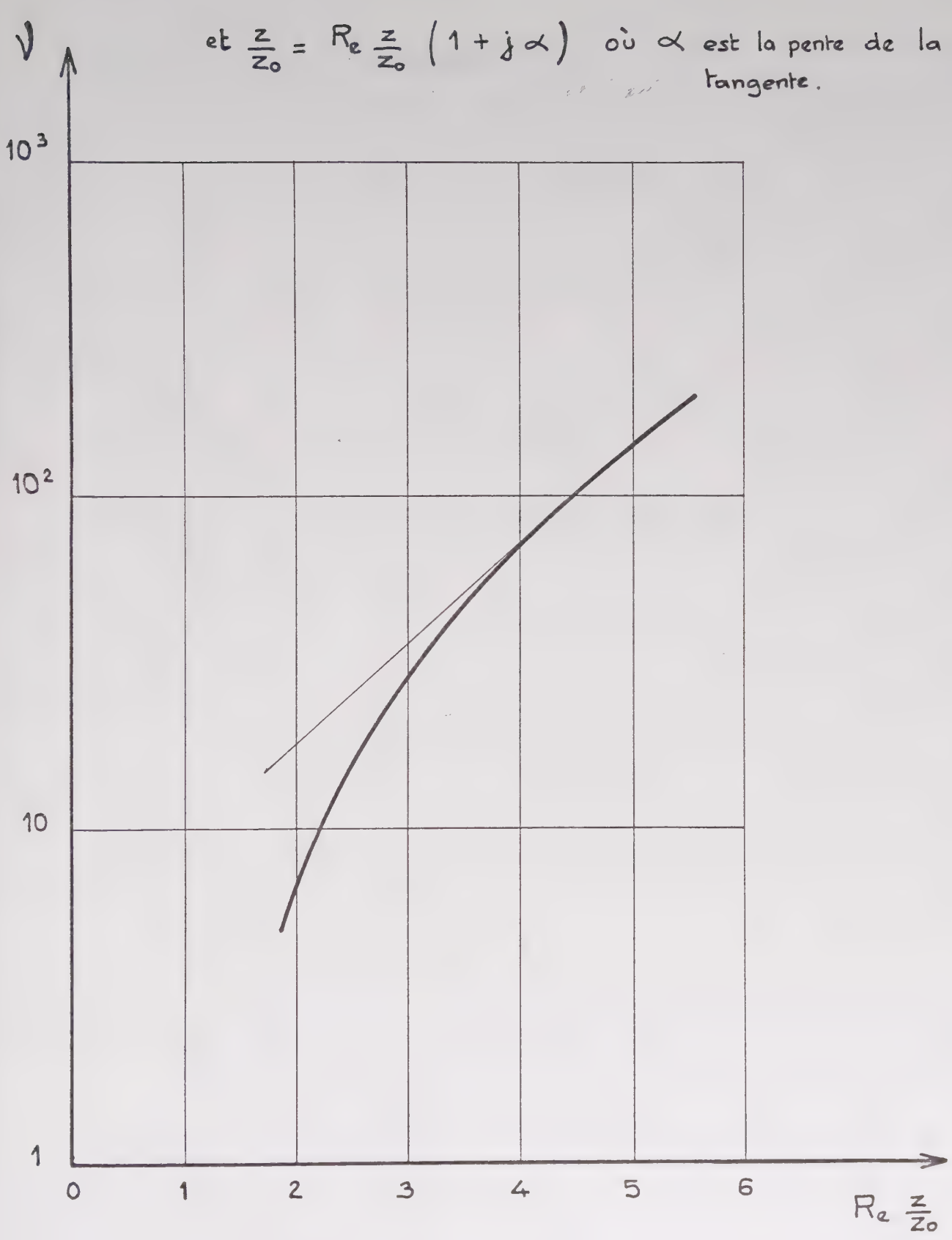


Fig. 22: Variation de l'impédance en fonction de l'angle du cornet:

$$R_e \frac{z}{z_o} = f(\theta)$$

D'après la figure 23 :

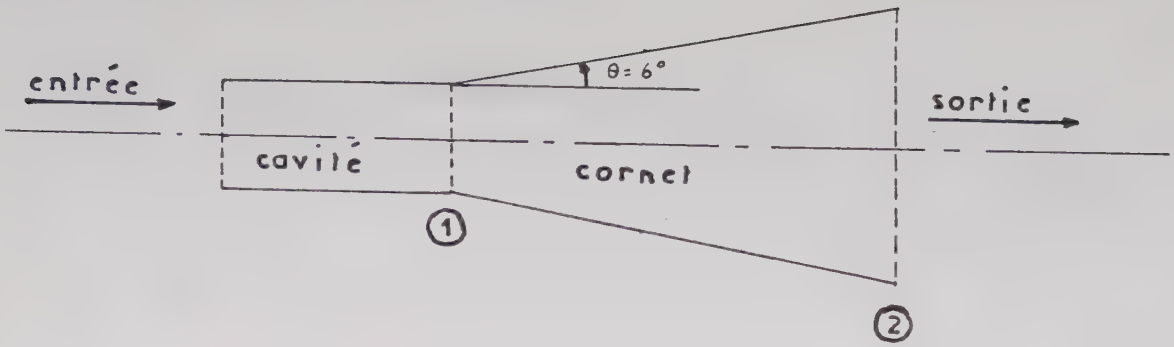


Fig. 23 - Orientation du calcul

On peut écrire :

$$\begin{pmatrix} E\varphi \\ H\theta \end{pmatrix}_{②} = Cte\ \overline{\overline{M}}_2 \begin{pmatrix} An \\ Bn \end{pmatrix} \qquad (173)$$

où A_n et B_n sont les constantes du champ électromagnétique :

et : $$\overline{\overline{M}}_2 = \begin{pmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \gamma_2 & \delta_2 \end{pmatrix} \qquad (174)$$

au point ②

On en tire : $$\begin{pmatrix} An \\ Bn \end{pmatrix} = \frac{1}{Cte}\ \overline{\overline{M}}_2^{-1} \begin{pmatrix} E\varphi \\ H\theta \end{pmatrix}_{②} \qquad (175)$$

et en remplaçant $\begin{pmatrix} An \\ Bn \end{pmatrix}$, par sa veleur, dans une expression similaire à (175) au point ①, on obtient :

$$\begin{pmatrix} E\varphi \\ H\theta \end{pmatrix}_{①} = \overline{\overline{M}} \begin{pmatrix} E\varphi \\ H\theta \end{pmatrix}_{②} \qquad (176)$$

avec :

$$\overline{\overline{M}} = \overline{\overline{M}}_1 \cdot \overline{\overline{M}}_2^{-1} \qquad (177)$$

et $$\overline{\overline{M}}_1 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \gamma_1 & \delta_1 \end{pmatrix} \qquad (178)$$

les termes $\alpha_1, \ldots, \delta_1$ et $\alpha_2, \ldots, \delta_2$ sont relatifs aux composantes de champs au points ① et ② respectivement.

.../...

La figure 24 montre la configuration de champs obtenue avec le calcul précédent.

Comme nous l'avons dit précédemment, l'impédance calculée intervient dans le concept du facteur de couplage extérieur de la cavité et également dans le calcul de la fréquence de résonance qui y est associée. Nous avons ainsi : (nous ne rentrons pas dans la procédure de calcul).

$$Z_c = R_c + jX_c \tag{179}$$

avec R_c partie résistive de l'impédance
et X_c partie réactive de l'impédance

$$\omega_o = \omega_{cut}\left[1 + \frac{n^2\pi^2c^2}{2\omega_{cut}^2 L^2}\left(1 - \frac{2X_c}{\omega\mu_o L}\right)\right] \tag{180}$$

et

$$Q_{ex} = \frac{4\pi}{n^2}\,\frac{L^3}{\lambda_o^3}\quad\frac{\mu_o c}{R_c} \tag{181}$$

D'après le calcul de Z_c, nous trouvons

$$\omega_o \simeq 34{,}96\ GHz$$

$$Q_{ex} \simeq 209$$

(voir appendice F pour le coefficient de surtension calculé de la cavité)

Nous avons d'autre part la relation :

$$Q_{ex} = \frac{\omega W}{P_{HF}} \tag{182}$$

où P_{HF} est la puissance HF (hyperfréquence), cédée par la cavité, vers l'extérieur ; W étant l'énergie électronique emmagasinée.

Considérant les tensions et courant appliqués, il est raisonnable d'évaluer à 200-250 kW la puissance HF fournie par le gyrotron, ce qui correspond à un rendement de plus de 40 %.

Quant au décalage en fréquence calculé, il suggère d'apporter une modification substancielle soit au diamètre de la cavité (diminution de ce diamètre pour retrouver 35 GHz), soit au couplage extérieur (modification du cornet, rajout d'un iris à l'intersection cavité-cornet qui abaissera en plus la puissance cédée suivant les besoins prévus du tube, etc...)

.../...

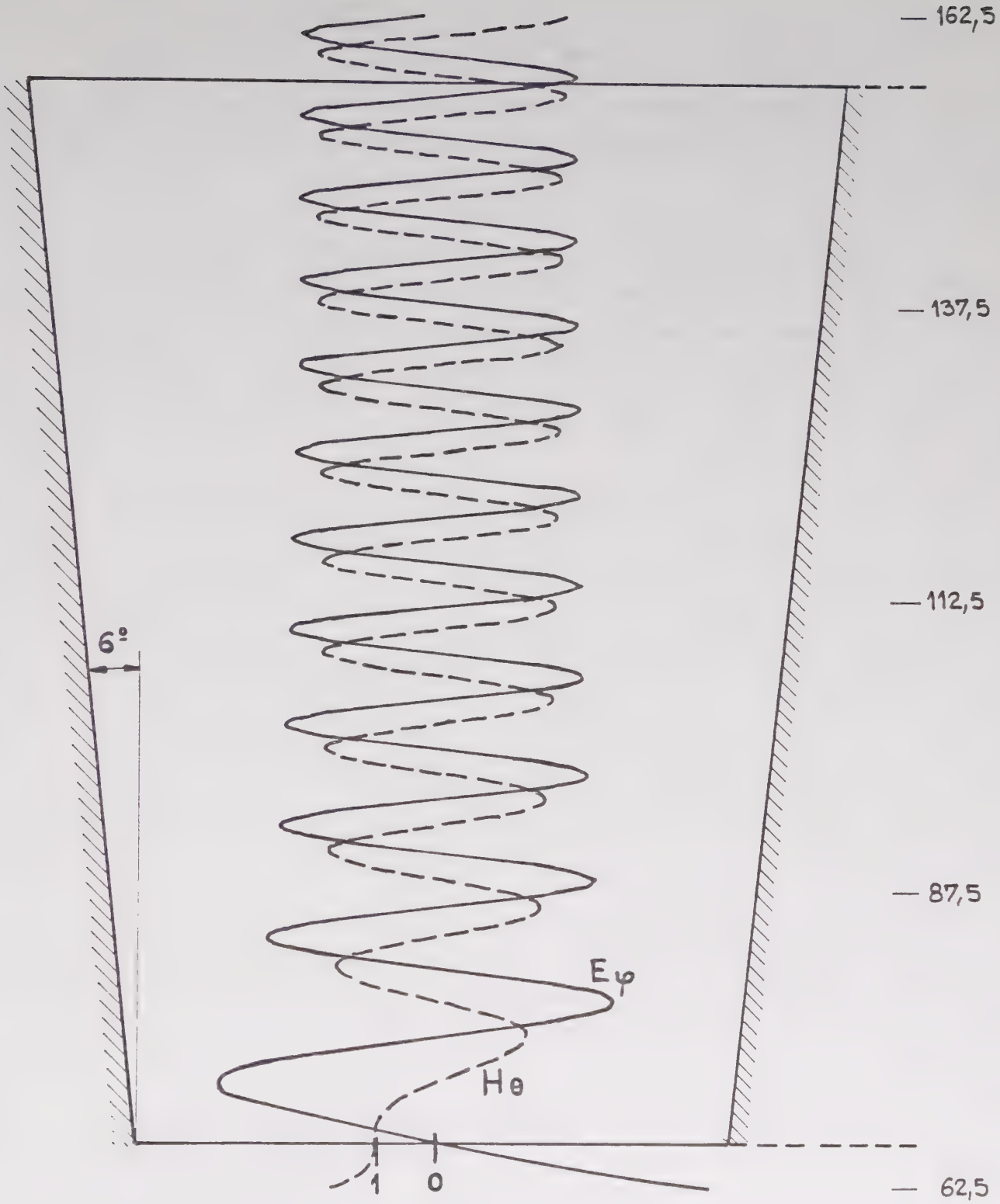


Fig.24: Champs E.H à l'intérieur d'un cône de 6° d'ouverture

III.2. Mesures à froid

III.2.1. Introduction

Elles ont pour but de mettre en évidence le mode de fonctionnement du tube, mais également la nature des couplages intérieurs (guides d'excitation à partir d'une source définie) et des couplages extérieurs (cf. III.1).

La principale difficulté de ces mesures réside dans la détermination du mode que nous désirons exciter (ici le mode TE_{021}). Pour illustrer cette difficulté, et avant de rentrer dans le détail des mesures effectuées, regardons la figure 25 qui exprime la variation de différents modes de propagation (en fréquence au carré) en fonction de la longueur de la cavité (en $1/L^2$).

Pour une cavité dont la longueur correspond à quatre longueurs d'ondes, soit 85,65 mm, nous observons des modes très proches tels que les TE_{025}, TE_{125} et TE_{415}. De plus, on constate une triple dégénérescence, puisque les modes TE_{021} et TM_{121}, ce dernier ayant deux polarisations possibles, ont la même fréquence de coupure, donc la même variation de la fréquence en fonction de la longueur de la cavité.

Signalons cependant que les premiers modes cités, étant loin de la fréquence de coupure du TE_{021}, ont une probabilité faible d'être excités.

Quant au TM_{121}, sa présence au sein de la cavité dépend de manière certaine de l'excitation qui, telle qu'elle est ici, favorise le TE_{021} (lignes de champ électrique de l'excitation entourant celles du champ magnétique du mode TE_{021} qui sont parallèles à la paroi).

Précisons que toutes les mesures de mise au point l'ont été à partir d'une maquette fonctionnant autour de 14 GHz, à la fois pour des problèmes de matériel, pas toujours disponible à de très hautes fréquences comme ici à 35 GHz, mais aussi par commodité puisque les dimensions étant multipliées par un facteur 2,5 , les manipulations étaient plus faciles. Le principe de similitude a permis, par la suite, de retrouver les résultats connus, sur un modèle fonctionnant autour de 35 GHz, et ce, dans des conditions de mesures similaires.

.../...

Rayon de la cavité : R = 24,525

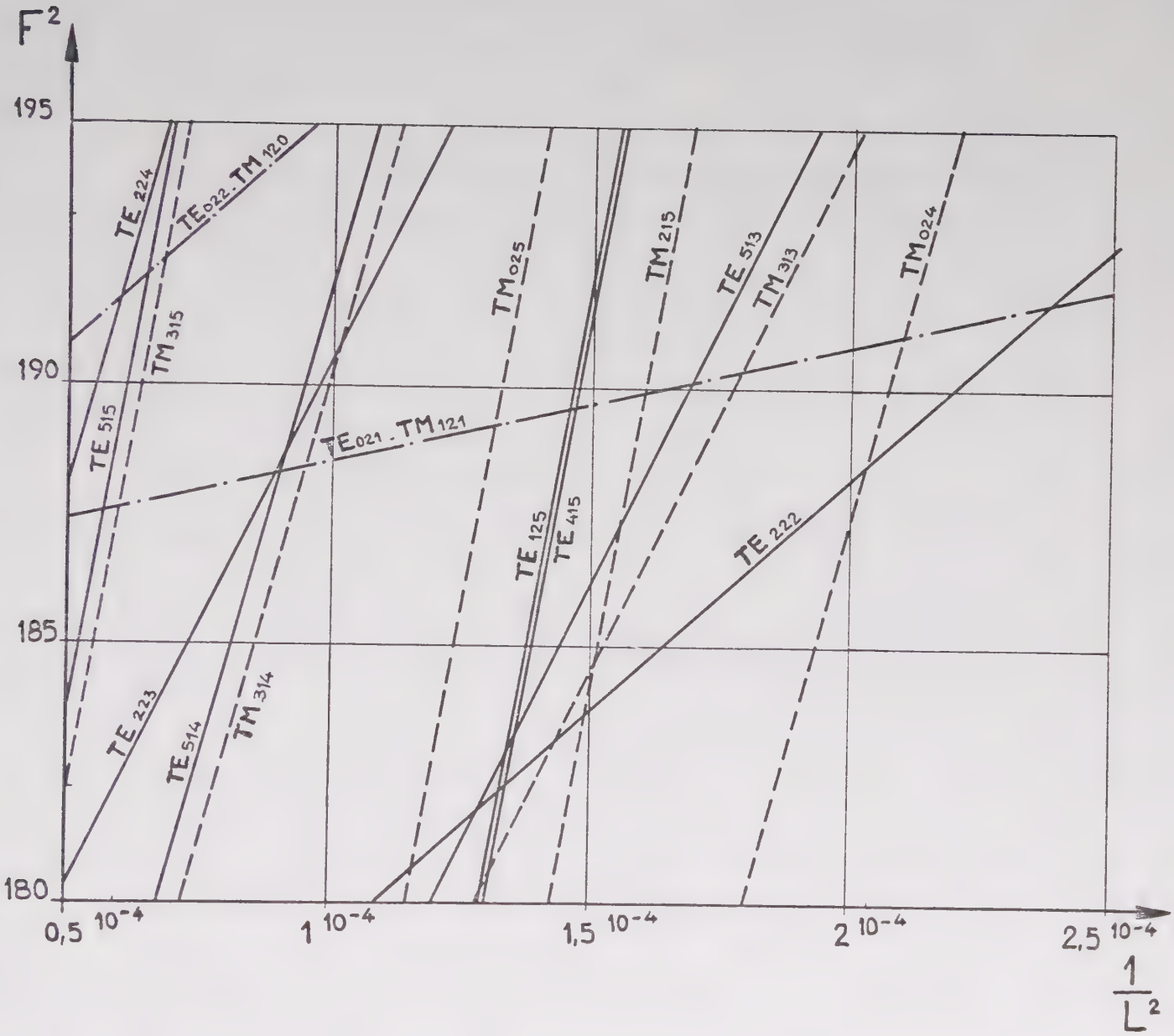


Fig. 25 : Variation de la fréquence pour différents modes de propagation en fonction de la longueur de la cavité

III.2.2. Cavité résonnante fermée

Différents types et positions d'excitation ont été testés. Nous avons retenu celui qui consiste à "attaquer" transversalement la cavité résonnante, en son milieu, à l'aide d'un guide rectangulaire relié par câble coaxial à la source HF fournie par un générateur de fréquences (HP 8610 B) (boîtier HP 8694 B - 8 à 18 GHz°.

Les paramètres principaux ont été dégagés soit par mesure point par point à la ligne de mesure, soit par lecture direct à l'analyseur de réseau (HP 8410 B).

Nous obtenons ainsi :

a) à la ligne de mesure

- Mesure par réflexion

On définit quatre paramètres de circuit /30/ :

- le taux d'onde stationnaire (ROS) ρ avec $\rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$

où Γ est le coefficient de réflexion. Ce taux est défini à la résonance ; plus il est élevé, plus il correspond à une réflexion importante.

Nous avons ainsi trouvé : $\boxed{\rho = 5}$

- le facteur de couplage β qui est égal à ρ lorsque la cavité est dite "surcouplée", ce qui est le cas ici au vu de l'abaque de SMITH (fig. 26). On a donc : $\boxed{\beta = 5}$

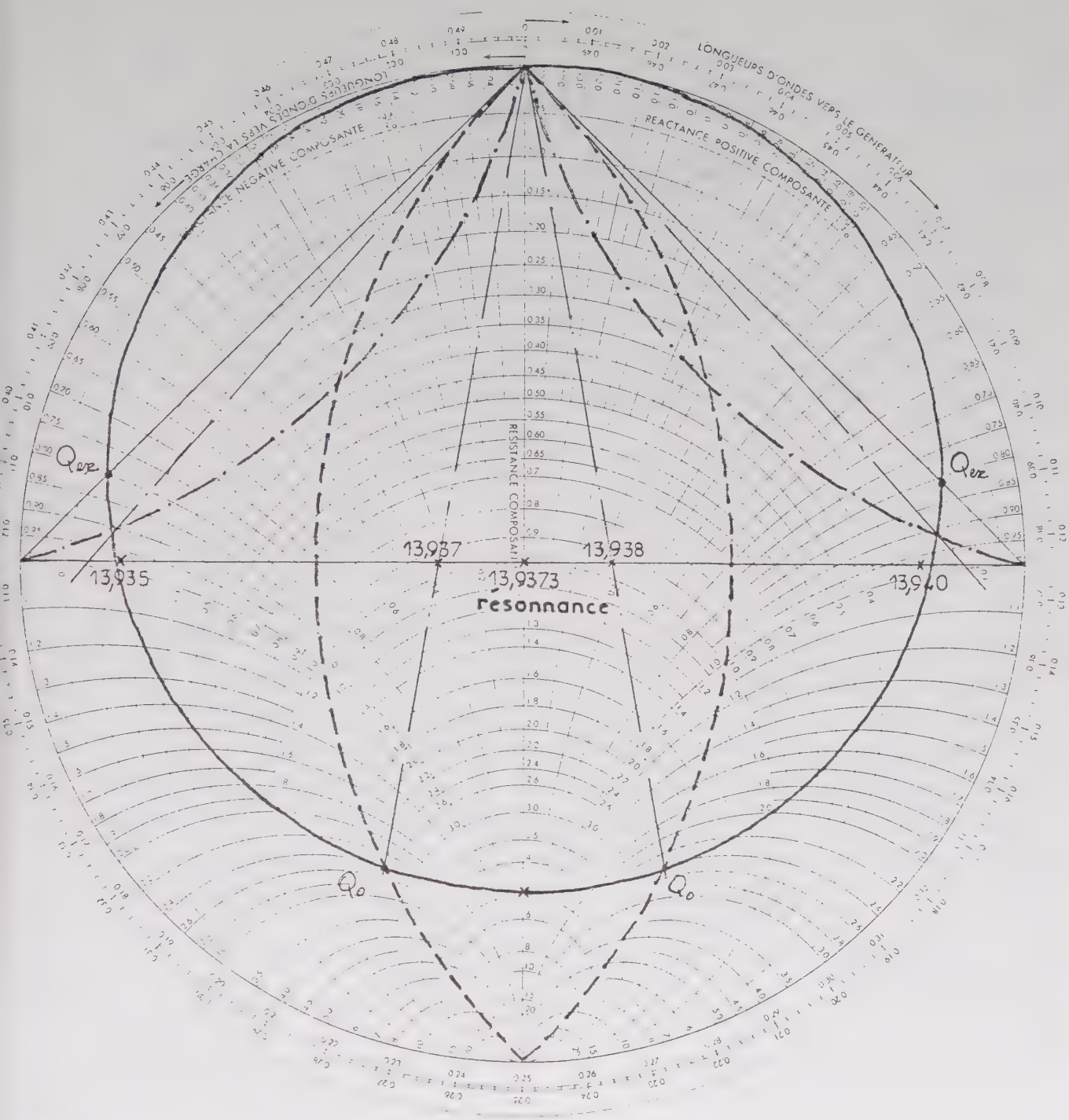
- Le coefficient de pertes dans les parois de la cavité Q_o. Il est donné par le rapport : $Q_o = \omega \frac{\langle W_m \rangle}{\langle W_p \rangle}$

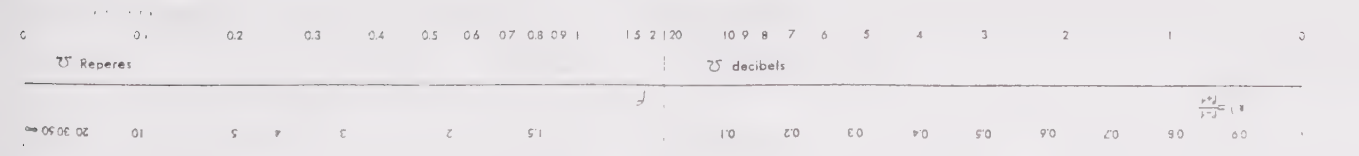
où ω est la fréquence de résonnance de la cavité

$\langle W_m \rangle$ l'énergie totale emmagasinée dans la cavité

$\langle W_p \rangle$ l'énergie dissipée dans les parois.

.../...





N° 341

Fig. 26: Abaque de Smith

Elle dépend de la résistivité R_s du matériau dont sont faites les parois.

R_s est donné par : $R_S = 1/\sigma\delta$

où σ est la conductibilité

et δ est la profondeur de pénétration et dépend de la fréquence. Q_o sera donc d'autant plus élevé que les pertes dans les parois seront faibles.

Pour le laiton que nous utilisons (fréquence 14 GHz) :

$\sigma = 1.57 \times 10^7$ Mhos /m

$\delta = 1.07 \times 10^{-6}$ m

et l'on trouve :

$Q_o \simeq 21600$ calcul théorique

la mesure expérimentale a donné :

$Q_o \simeq 13940$ mesure expérimentale

On trouve un Q_o plus faible. Ceci s'explique par le fait que le métal utilisé présente toujours des défauts de surface qui augmentent les pertes (un bon polissage de ces surfaces réduit les pertes). Ces pertes sont cependant très faibles ici ; elles le sont encore plus si l'on utilise une cavité en cuivre comme dans le tube expérimental.

- le coefficient de couplage extérieur Q_{ex}, défini par la relation :

$$Q_{ex} = Q_o / \beta$$

et qui tient compte des pertes d'énergie du champ électromagnétique à travers les couplages extérieurs.

On a donc : $Q_{ex} \simeq 2800$

ces pertes là sont donc plus importantes ici.

- le coefficient de perte total Q_T défini par la relation :

$$\frac{1}{Q_T} = \frac{1}{Q_o} + \frac{1}{Q_{ex}}$$

On voit donc ici que les pertes totales de la cavité ne sont dues pratiquement qu'aux pertes extérieures.

$$Q_T \simeq Q_{ex}$$

Ces valeurs ont été trouvées simultanément à l'aide de l'abaque de SMITH et de la courbe en S (fig. 26 et 27).

b) à l'analyseur de réseau

- Mesure par réflexion.

Nous avons couplé à l'analyseur de réseau une table traçante pour reproduire la visualisation et un ondemètre de la bande Ku (fig. 28).

En plus de la cavité qui nous intéresse, nous avons mesuré des cavités courtes pouvant jouer le rôle de générateurs de modes (TE_{01}, TE_{02}).

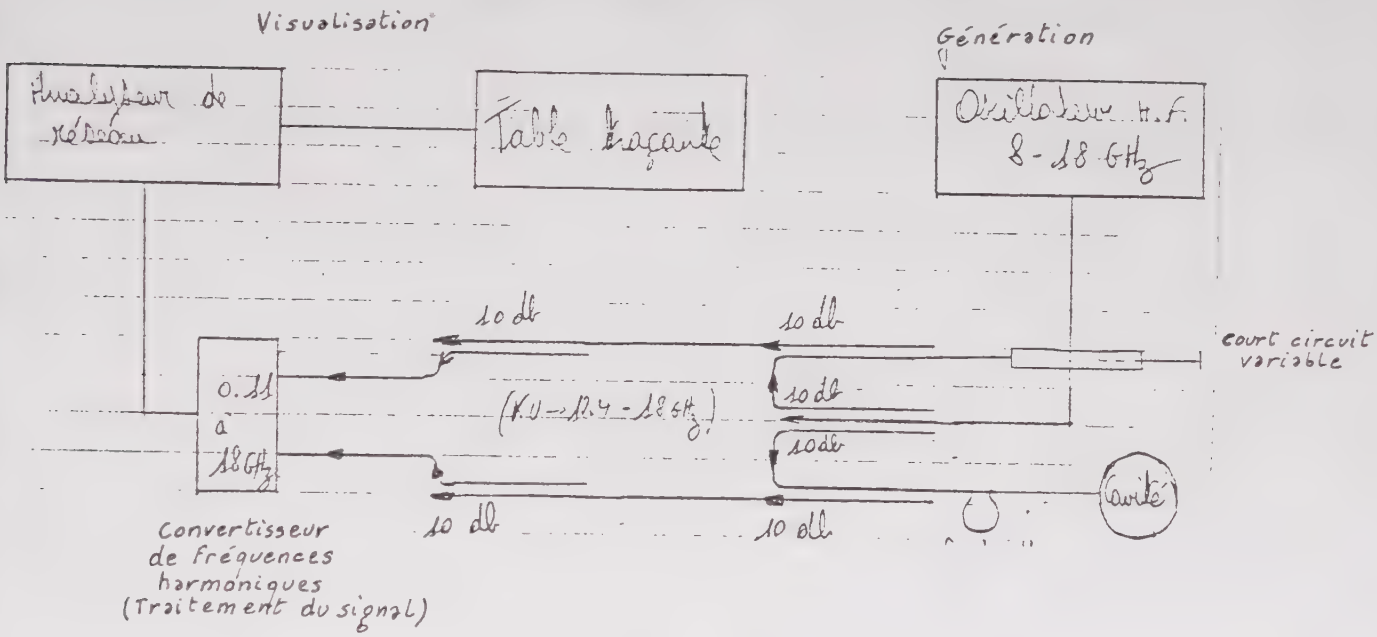


Fig. 28 - Schéma de l'ensemble oscillateur de fréquence-analyseur de réseau-cavité - Table traçante

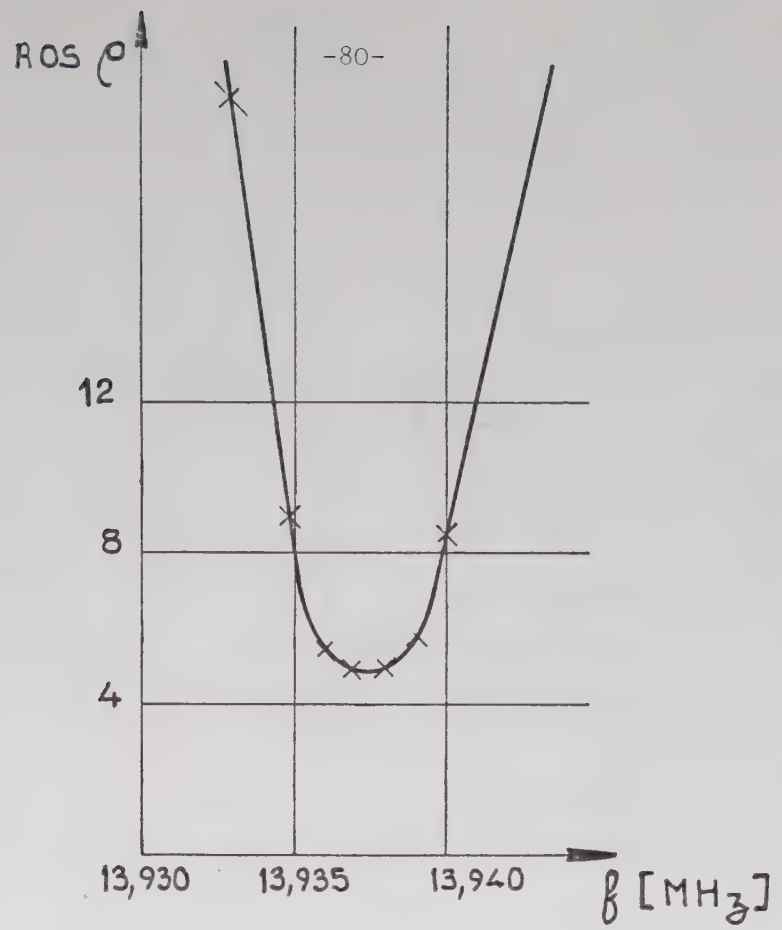
III.2.3. Système cavité-cornet

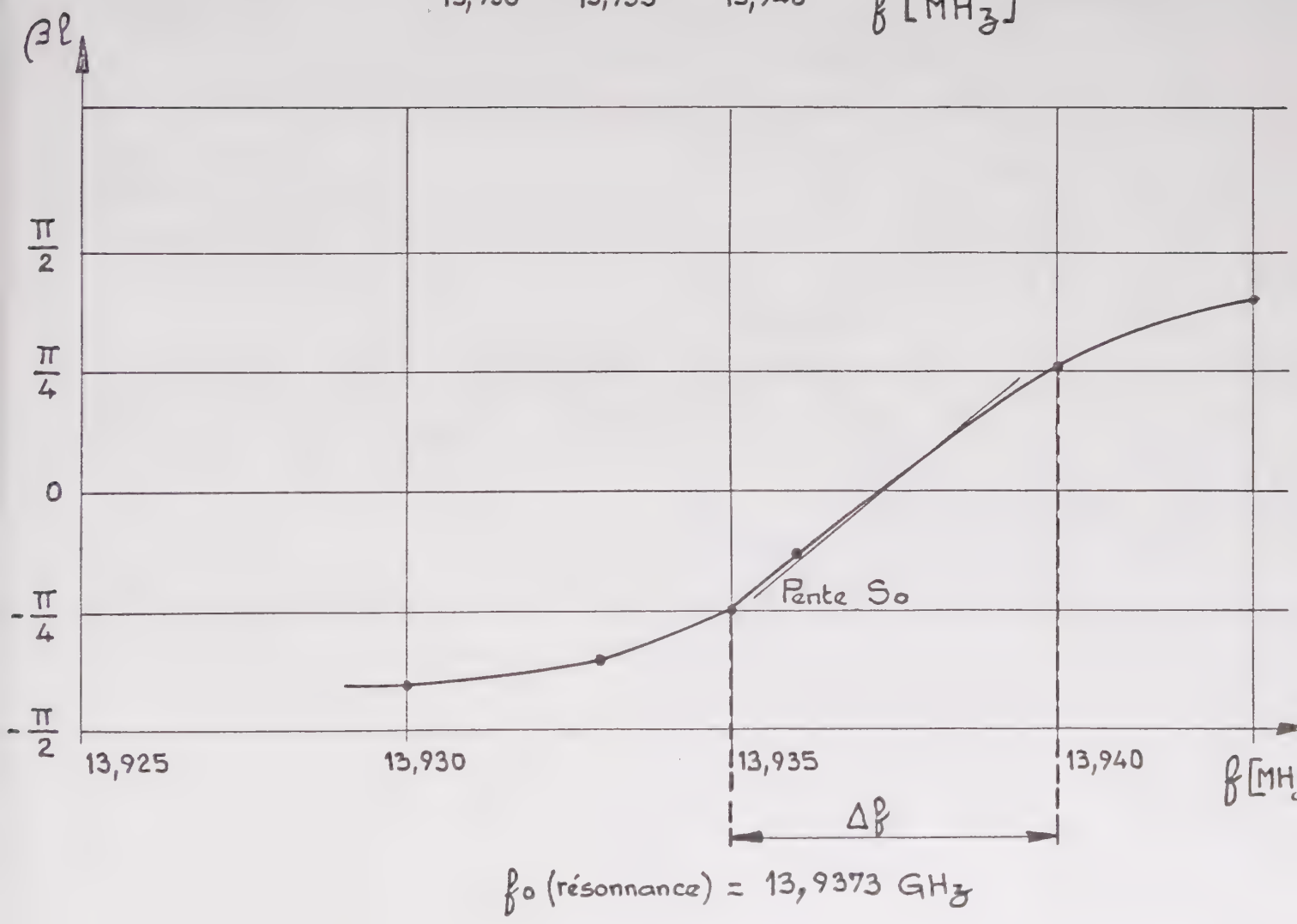
Analyse en fréquence des modes.

a) Principe de la mesure : on mesure sur un oscilloscope la puissance transmise par le générateur HF qui fonctionne en balayage à travers le système cavité-cornet (fig. 29).

b) Mesure : le balayage moyen en fréquence s'est situé entre 13,550 et 13,900 GHz ; fixant le zéro en puissance, nous avons pu tracer les courbes de résonance en fonction de la fréquence et ce pour différentes longueurs de cavité (cavité munie d'un piston), allant de 70 à 130 mm.

.../...





f_0 (résonnance) = 13,9373 GHz

Fig. 27: Courbe en S

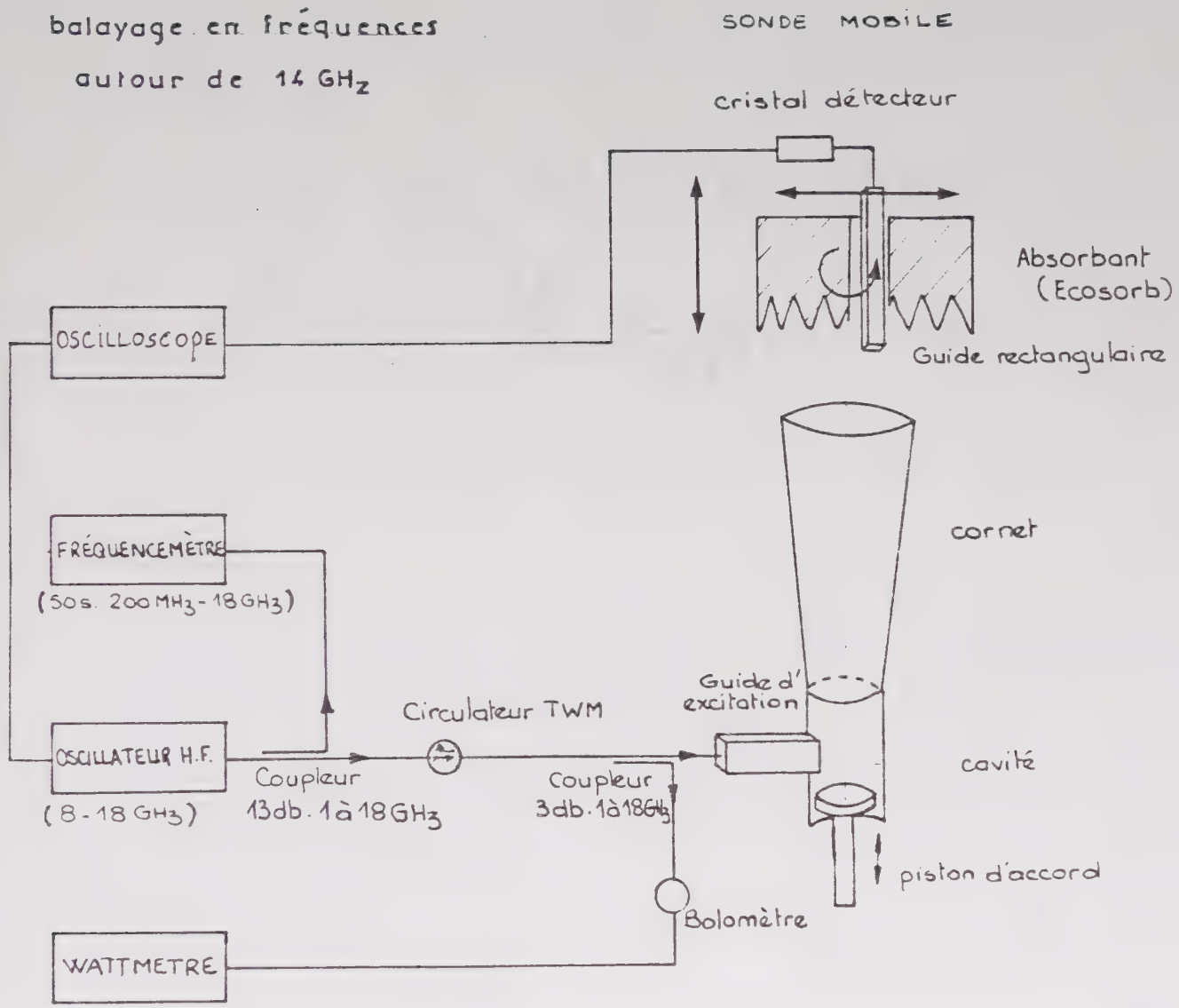


Fig. 29 : Analyse de l'ensemble cavité-cornet par sonde mobile

c) Interprétation des résultats

- L'analyse expérimentale permet de définir la fréquence de résonance et le Q_{ex} relatifs au mode qui nous intéresse (TE_{021}) comme nous l'avons dit, tout en comparant ces valeurs à celles calculées théoriquement par les expressions (180) et (181) (fig. 30 et 31).

  Tous ces résultats sont interprétés à partir du mode supposé TE_{02}, connaissant sa variation (fig. 25) et son couplage extérieur Q_{ex} (formule (181).

- En appliquant la méthode des circuits équivalents, on démontre que la puissance transmise par le système cavité-cornet peut être donnée par :

$$P_{HF} = \sum_n \frac{\beta_n}{1 + Q_{ex,n}^2 \left(\frac{g}{g_n} - \frac{g_n}{g} \right)} \qquad (183)$$

  où chaque terme de la sommation est relatif à un mode, avec f_n sa fréquence propre de résonance et β_n sa puissance correspondante.

  Nous avons ainsi tracé numériquement les courbes de puissance en ajustant progressivement les paramètres β_n, $Q_{ex,n}$ et f_n afin d'approcher le plus possible les courbes expérimentales. (Méthodes que nous appelons des courbes en cloches).
  La figure 32 montre un exemple comparatif des courbes théoriques et expérimentales : le choix de trois ou même deux résonances seulement semble relativement correct pour en déduire les paramètres récherchés que nous avons reportés sur les figures 30, 31.

- Nous avons également effectué une analyse de champ longitudinale en déplaçant une petite bille (Ø 4) dans le système cavité-cornet, afin de mettre en évidence la demi-onde dans la cavité avec une partie se propageant dans le cornet (fig. 33).

- Enfin, à l'aide de la sonde mobile (fig. 29), nous avons effectué des balayages de champ radiaux et azimutaux à fréquence fixe, c'est-à-dire en se plaçant à la résonance du mode TE_{02} pour une cavité de longueur l = 85.65 mm.

.../...

X : Points théoriques pour $X = 2,2 \times 120\ \pi$

• : Points expérimentaux

o : Points trouvés par la méthode des courbes en cloche

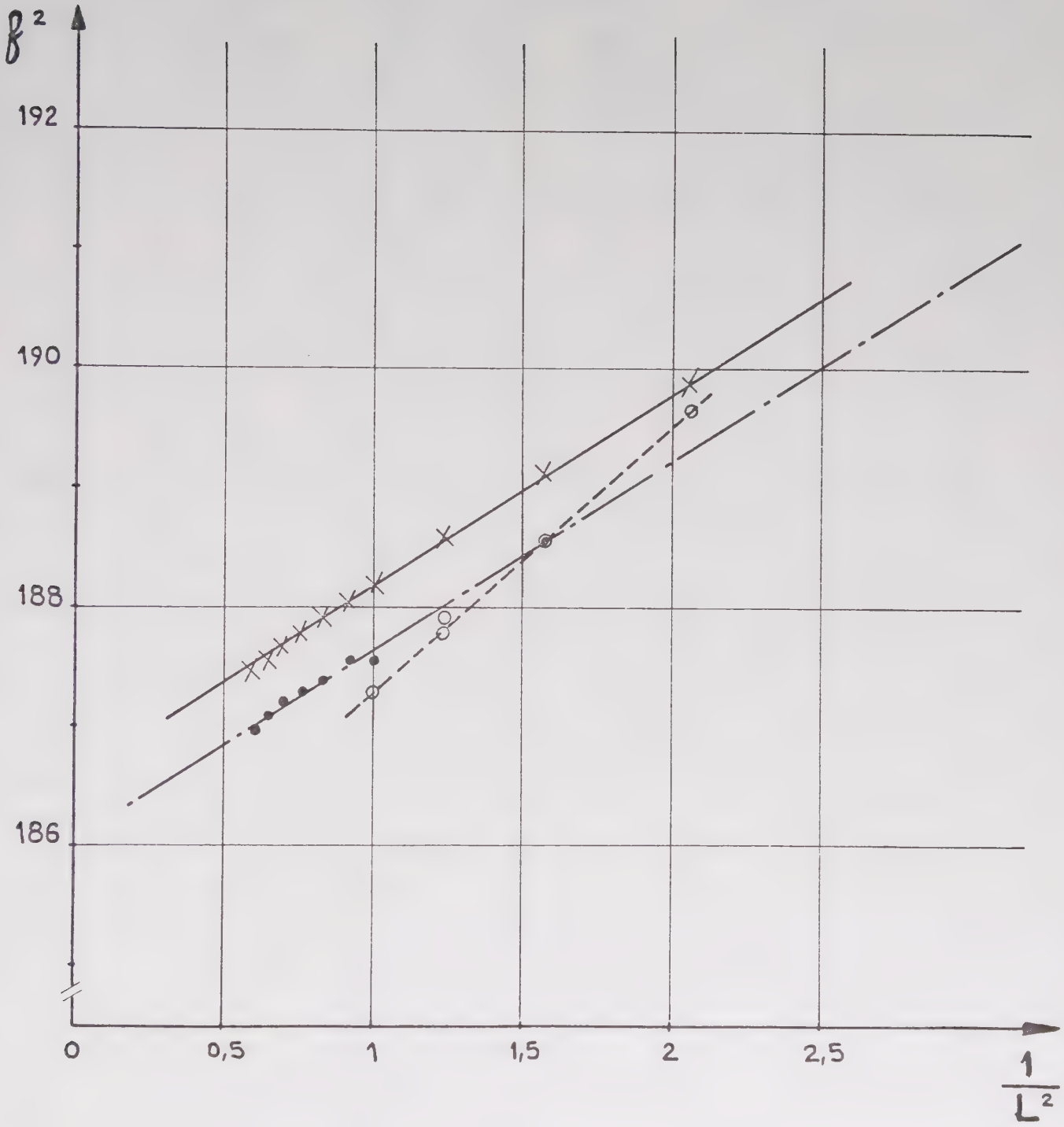


Fig.30: Fréquence en fonction de la longueur de la cavité

Courbes expérimentales

Courbe théorique

x : Symétrie gauche

• : Symétrie droite

—

o : Points trouvés par la méthode des courbes en cloche

$$Q_{ex} = \frac{4\pi}{n^2} \frac{L^3}{\lambda_0^3} \frac{\mu c}{Rc}$$

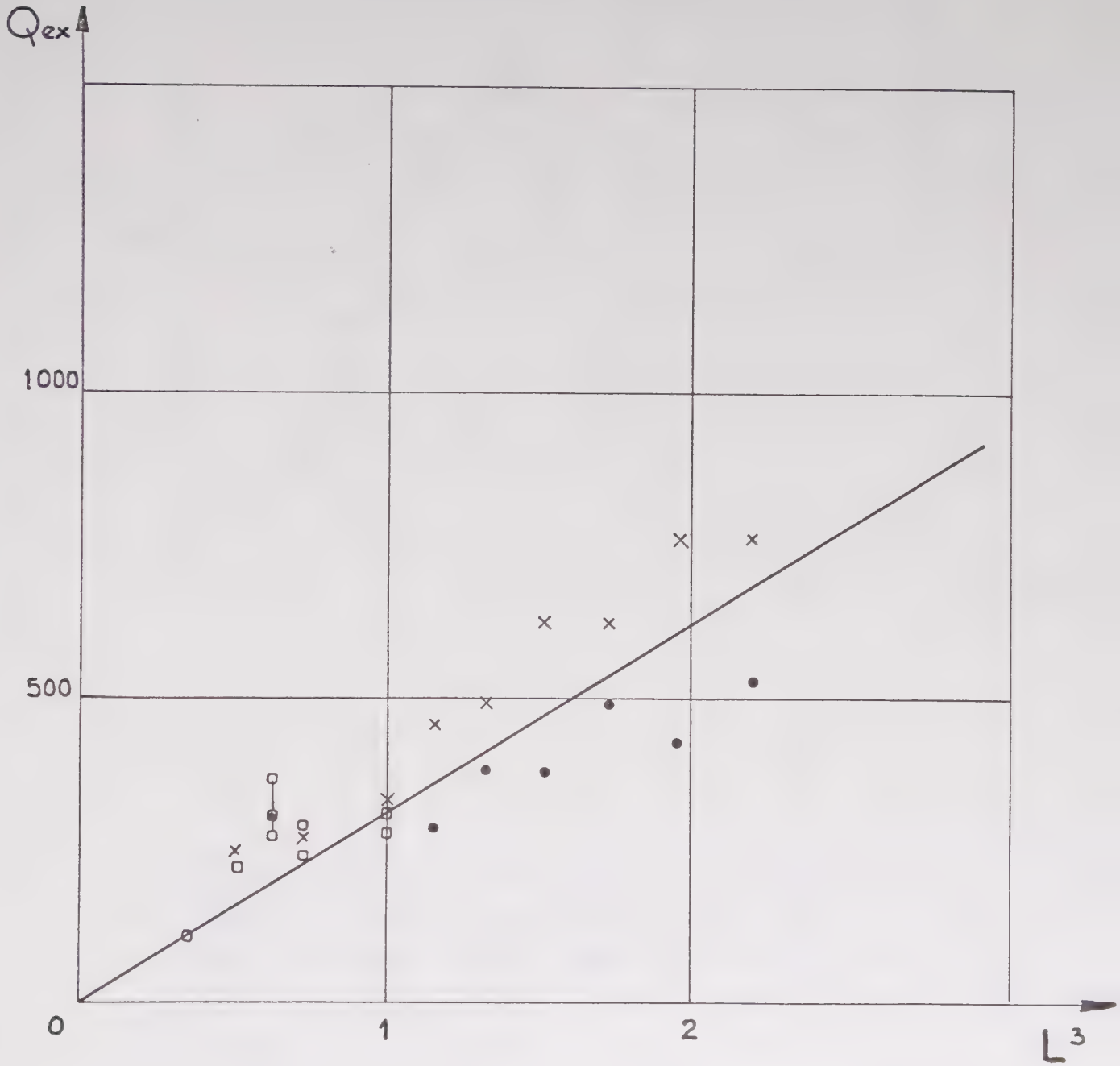
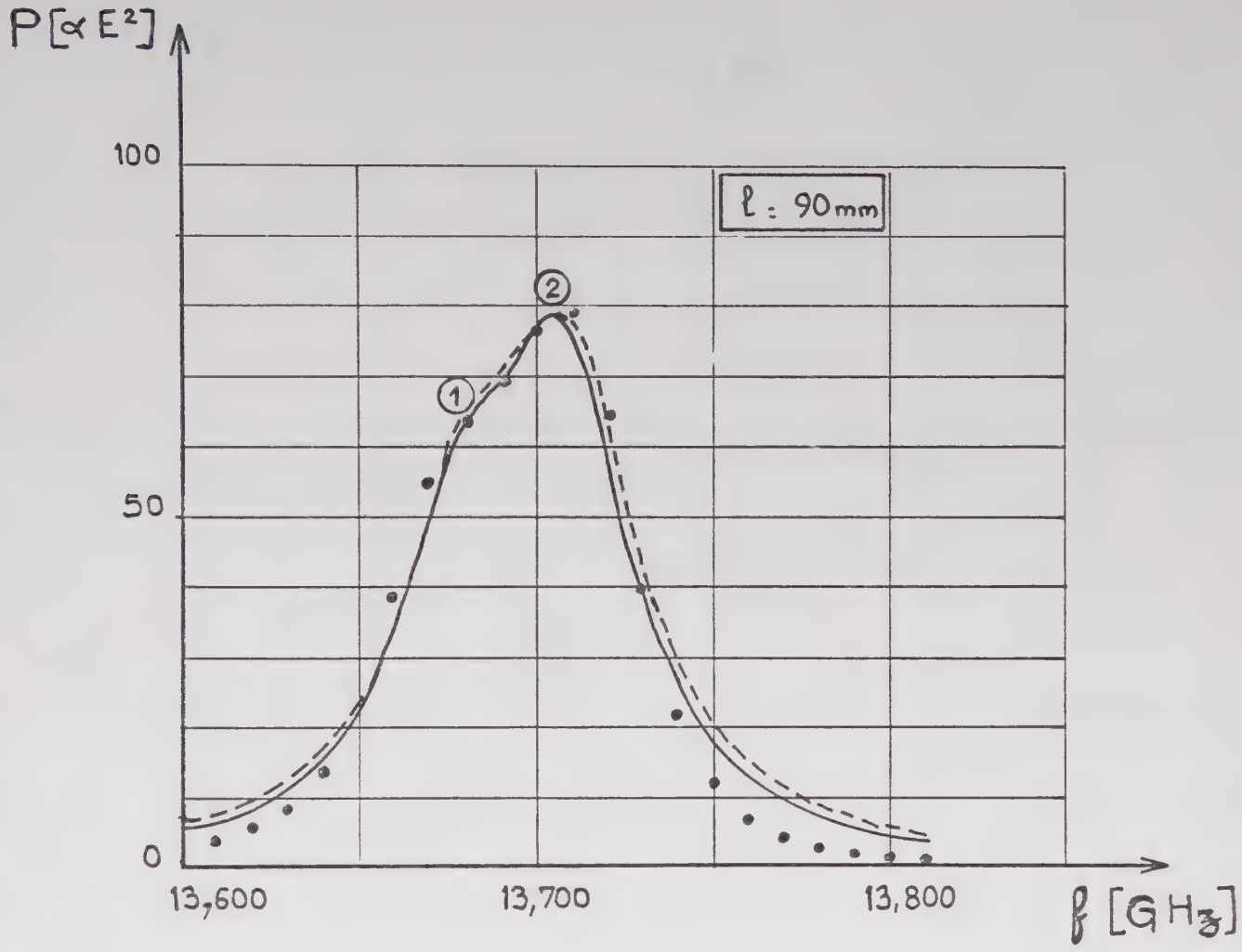


Fig. 31: Variation du Qex pour différentes longueurs de cavité

• Expérimental

=== Théorique



——
① f_n = 13,677 , Qex = 350 , β_n = 35,5
② f_n = 13,707 , Qex = 290 , β_n = 68

---
① f_n = 13,675 , Qex = 400 , β_n = 27,5
② f_n = 13,703 , Qex = 240 , β_n = 63
③ f_n = 13,715 , Qex = 500 , β_n = 15

Fig. 32: Méthode des courbes en cloche : comparaison des courbes de résonance, théorique et expérimentale

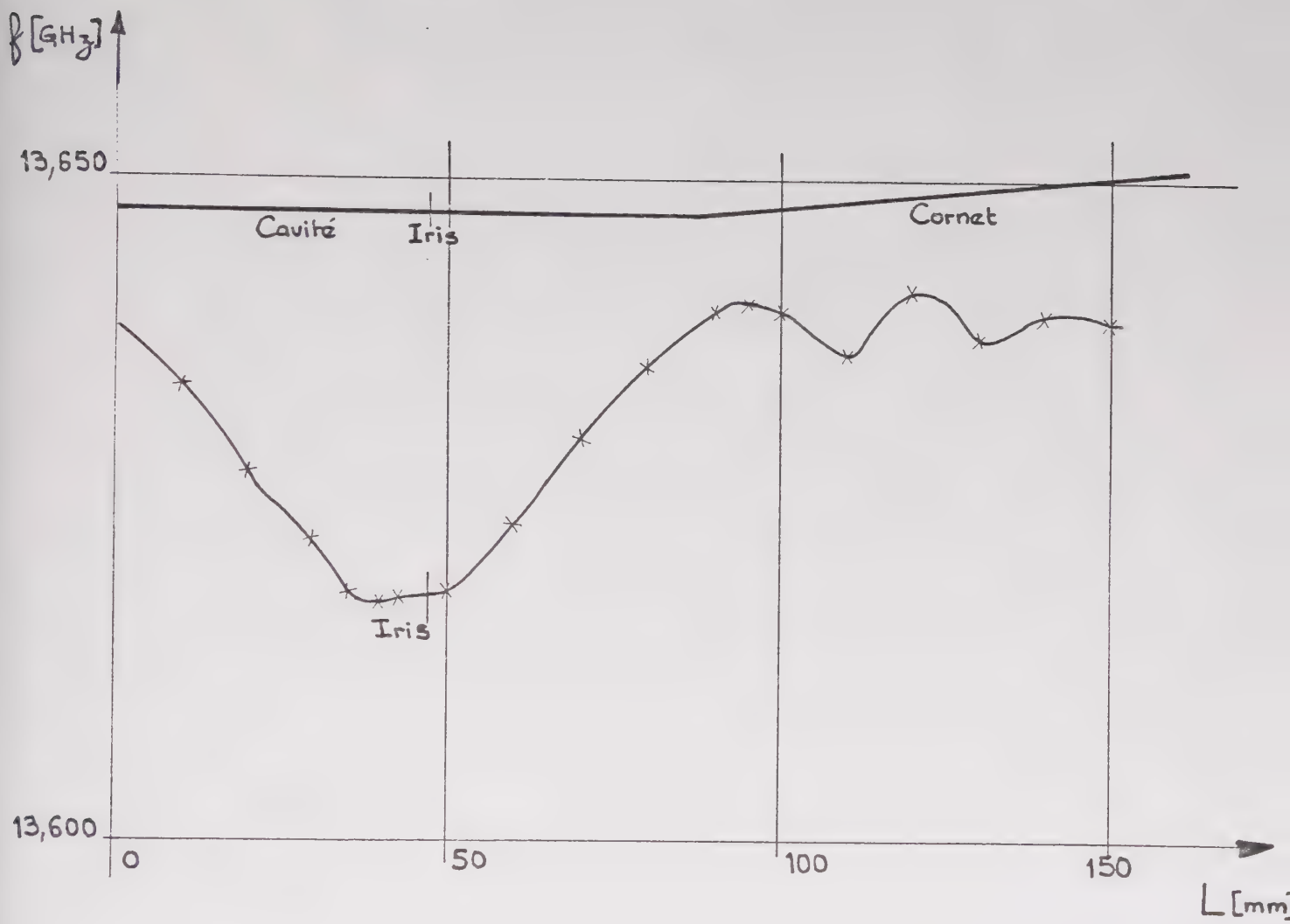


Fig.33: Analyse longitudinale de modes
Méthode de perturbation à l'aide d'une bille de rayon r.2 mm
fréquence de résonance f_o 13,618 GHz

Au vu de la carte de champ donnée /30/ pour le TE_{02} (fig. 34), on doit retrouver les deux maximums radiaux et un champ uniforme azimutalement.

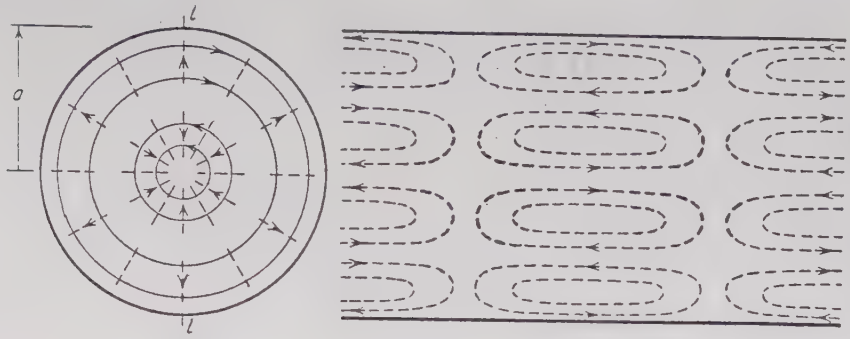


Fig. 34 - Carte de champ du mode TE_{02}

Nous avons effectivement trouvé les deux maximums radiaux (fig. 35). On vérifie aisément que, tout rapport de proportion gardé, l'on est bien en présence des deux maximums de la figure 34.

L'analyse azimutale (fig. 36) confirme également la figure 34. Pour parfaire cette dernière analyse, nous avons fait une décomposition en série de FOURIER de cette courbe légèrement sinusoïdale, suivant les modes en cos mΦ et sin mΦ avec m = 0,1,...10 (m entier).

Nous présentons, ci-dessous, le tableau VIII des résultats qui montre qu'effectivement le mode TE_{02} est largement dominant.

TABLEAU VIII :

COEFFICIENTS CALCULES

.56633E+01			
x.21411E+00	. COS(1X)	-.67705E-01	. SIN(1X)
.16271E-01	. COS(2X)	.12094E-01	. SIN(2X)
.55683E-01	. COS(3X)	-.33472E-01	. SIN(3X)
x.20240E+00	. COS(4X)	.25492E-01	. SIN(4X)
-.28965E-01	. COS(5X)	-.13257E-01	. SIN(5X)
-.55556E-02	. COS(6X)	.67358E-[illegible]	. SIN(6X)
-.15320E-01	. COS(7X)	.11048E-01	. SIN(7X)
-.31903E-02	. COS(8X)	.12902E-02	. SIN(8X)
.11111E-02	. COS(9X)	.66667E-0[illegible]	. SIN(9X)
-.14723E-01	. COS(10X)	-.11190E-01	. SIN(10X)

Sensibilité : 0,4 mV/cm.

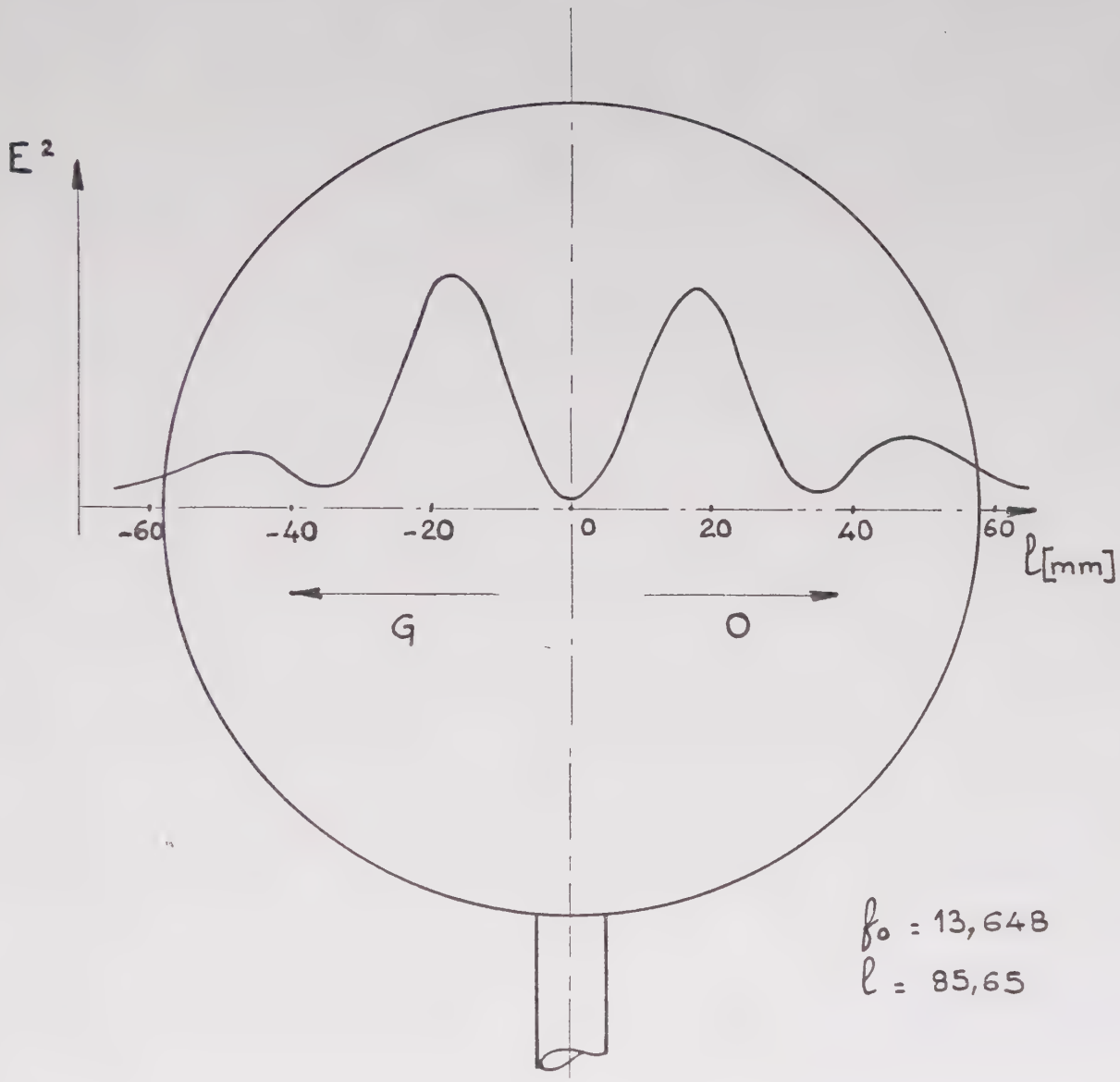
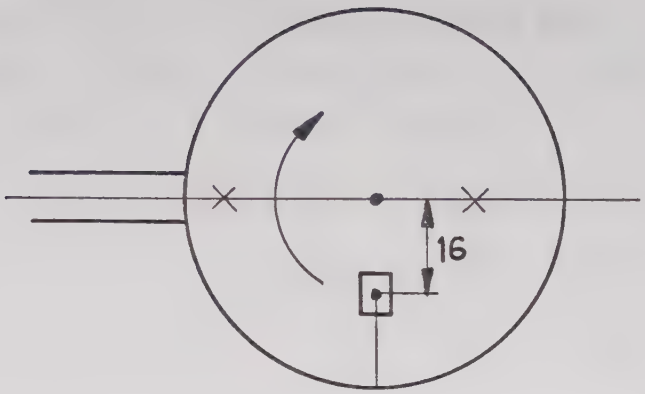


Fig. 35: Analyse radiale

Sensibilité : 0,4 mV/cm.



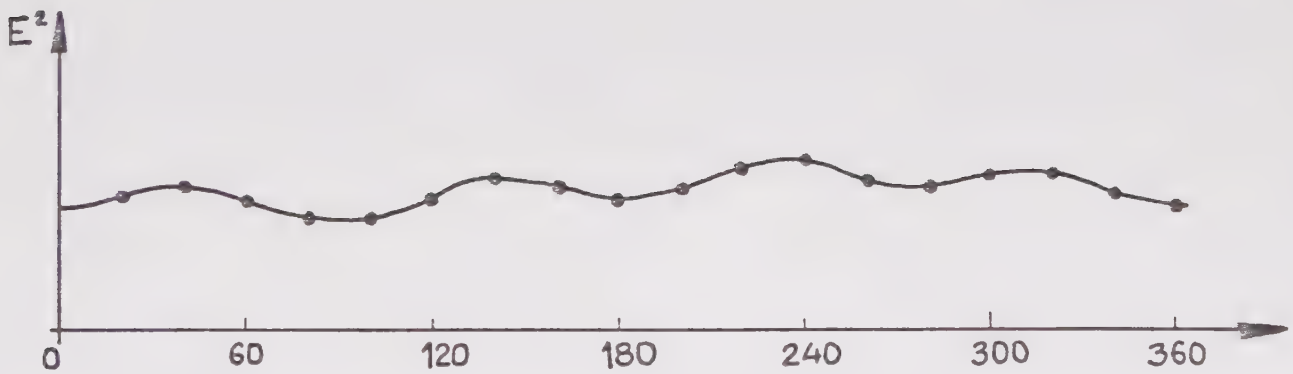


Fig. 36: Analyse azymutale

III.2.4. Conclusion

Nous constatons tout d'abord une erreur de quelques 20 MHz sur la fréquence entre la théorie et la mesure (fig. 30). Ceci peut s'expliquer d'une part, par des défauts de parois et la présence d'une fente de couplage dans la cavité, d'autre part par l'incertitude des mesures de fréquence mesurées à l'aide de l'ondemètre couplé à la table traçante (fig. 29).

Les écarts de Q_{ex} théorique et expérimental (fig. 31) sont très peu prononcés si l'on considère encore une fois les erreurs de pointage des fréquences qui sont très critiques pour ce calcul.

Compte tenu de l'équation simplifiée (183) du paragraphe III.2.3., on peut difficilement aller plus loin dans la comparaison des courbes théorique et expérimentale (fig. 32).

On constate cependant que l'accord avec la théorie est à première vue satisfaisant.

Les analyses longitudinales, radiales et azimutales sont, nous l'avons déjà dit, somme toute satisfaisantes.

Nous avons ainsi mis en place un ensemble de mesures qui, d'une part, nous a permis de déterminer les paramètres cités plus haut mais qui, d'autre part, pourra être appliqué à nouveau lors des essais à chaud.

IV. CONCLUSION GENERALE DE L'ETUDE

Dans la première partie, nous avons effectué le calcul linéaire de l'interaction électronique dans un gyrotron en tenant compte des forces de charge d'espace pour un faisceau relativement épais et neutralisé par les ions. Dans les tubes actuels, le courant du faisceau électronique semble limité de manière à éviter les effets de charge d'espace. Toutefois, ceux-ci provoquent des instabilités dans des bandes de fréquence voisines de celles du faisceau. Dans certains cas, on a calculé une augmentation importante en gain.

Dans la seconde partie, nous avons mis au point les méthodes de mesures du circuit hyperfréquence dans un gyrotron : fréquences d'oscillation des modes, amplitude des champs, couplage au cornet de sortie.

Ces méthodes appliquées au tube en fonctionnement doivent permettre d'analyser à nouveau les champs et les fréquences en présence du faisceau électronique.

Les mesures effectuées sur le gyrotron mis au point à la THOMSON-CSF, ne sont pas encore assez nombreuses pour permettre une comparaison avec notre étude, sans charge d'espace. Toutefois, on a observé une oscillation très facile du tube pour un courant de l'ordre de 3 A alors que la valeur calculée était de 5,4 A .

APPENDICE A - CONSTANTE DU MOUVEMENT

Une façon d'écrire les équations du mouvement est : (cf. paragraphe II.1 pour l'établissement des équations du mouvement).

$$du/d\tau = -g/2 \sin\Lambda$$

$$d\Lambda/d\tau = -g/2u \cos\Lambda + \frac{\Omega_0}{\omega_\gamma} - 1$$

avec $u = \gamma_\perp \beta_\perp$, $\tau = \omega t$ et Λ la phase des électrons

On a : $d\Lambda/d\tau = d\Lambda/du \times du/d\tau$

On obtient : $$-g/2 \sin\Lambda \, d\Lambda = \left(-g/2u \cos\Lambda + \frac{\Omega_0}{\omega\gamma} - 1\right) du$$

de plus : $u\,du = \gamma_\perp \, d\gamma_\perp$

γ pouvant être défini par : $\gamma_\perp^2 = 1 + u^2$

On peut donc écrire : $$d\left(\frac{g\,u}{2}\cos\Lambda\right) = \frac{\Omega_0}{\omega} d\gamma - d\left(\gamma^2/2\right)$$

soit en intégrant : $$g\frac{u}{2}\cos\Lambda - \Omega_0\gamma_\perp/\omega + \gamma_\perp^2/2 = cte$$

ou encore : $$\boxed{g\,u\cos\Lambda + (\gamma_\perp - \Omega_0/\omega)^2 = C}$$

avec C = constante du mouvement.

Cette équation nous montre que l'énergie des électrons est liée, de manière univoque, à sa phase Λ .

Ainsi pour un $\Lambda(0)$ (phase champ-particule à l'origine) donné, l'électron suit une courbe d'énergie bien déterminée dans l'espace des phases (fig.A).

On voit, également, que l'on peut fixer les limites énergétiques des électrons. En effet, reprenons l'équation précédente, que nous pouvons réécrire :

$$\cos\Lambda = \left[C - (\gamma_\perp - \Omega_0/\omega)^2\right]/gu \ldots/\ldots$$

et bien entendu :

$$-1 < \left[c - (\gamma_\perp - \Omega_0/\omega)^2\right]/gu < 1$$

ou encore :

$$(\gamma_\perp - \Omega_0/\omega)^2 - gu < c < (\gamma - \Omega_0/\omega)^2 + g\mu$$

Fixons

$$\beta_{\perp 0},\ \gamma_{\perp 0},\ U_0 = \gamma_{\perp 0}\beta_{\perp 0}$$

Nous obtenons ainsi :

$$\boxed{\left[(1+U_0^2)^{1/2} - \Omega_0/\omega\right]^2 - gU_0 < c < \left[(1+U_0^2)^{1/2} - \Omega_0/\omega\right]^2 + gU_0}$$

$$\gamma_\perp = \frac{2}{\sqrt{3}} \qquad g = 0{,}02$$

$$\frac{\Omega_0}{\omega} = 1{,}07$$

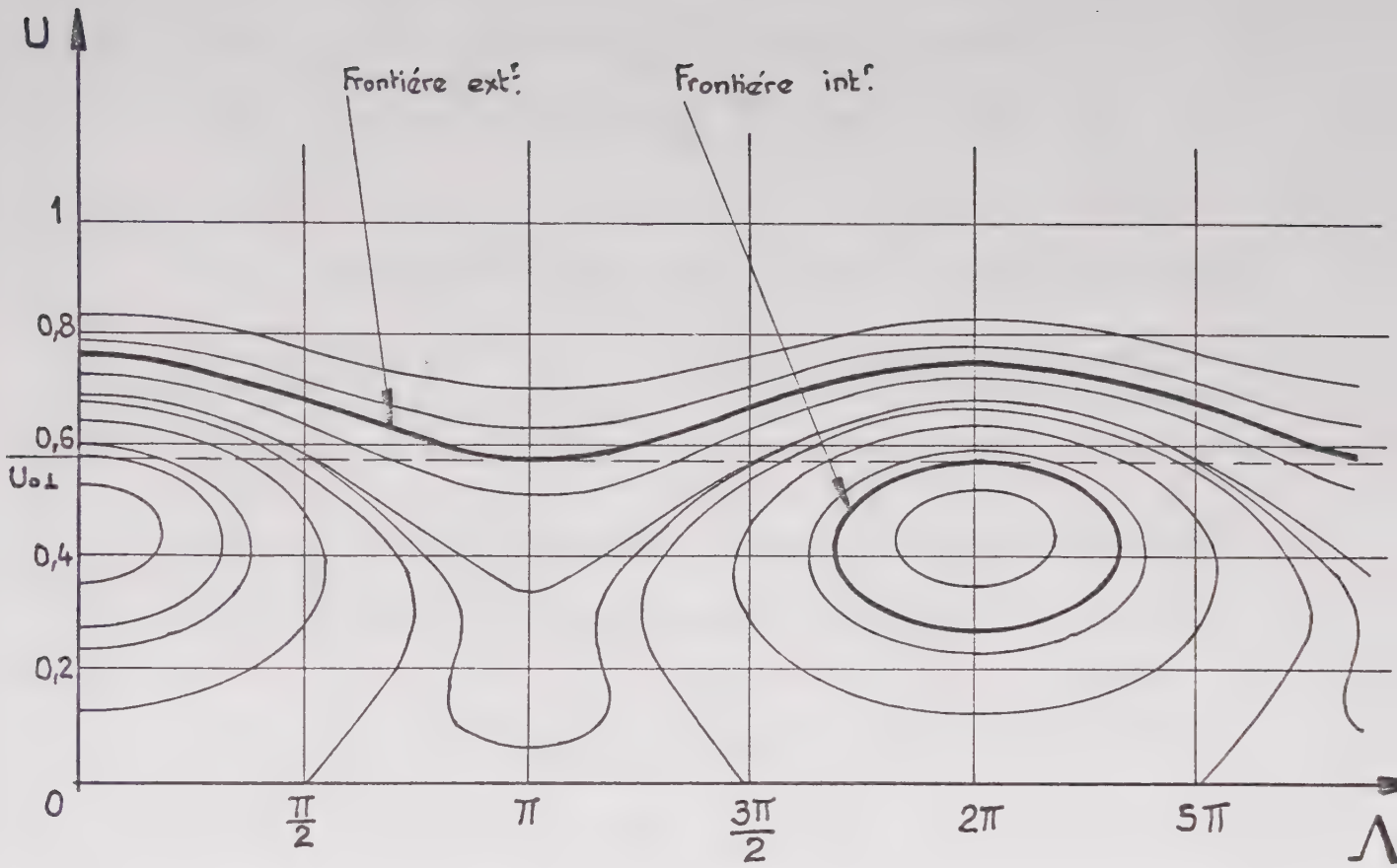


Fig.1: Constante du mouvement

APPENDICE B - CHAMPS ELECTROMAGNETIQUES DANS UNE CAVITE CYLINDRIQUE

Le calcul est emprunté à la référence /28/.

Onde TM_{mnp} (transverse magnétique)

$$E_z = \alpha_2^2 \cos \alpha_1 z \, J_m(\alpha_2 R) \cos m\Phi$$

$\bar{E}$

$$E_R = -\alpha_1 \alpha_2 \sin \alpha_1 z \, J'_m(\alpha_2 R) \cos m\Phi$$

$$E_\phi = (m\alpha_1/R) \sin \alpha_1 z \, J_m(\alpha_2 R) \sin m\Phi$$

$$H_z = 0$$

$\bar{H}$

$$H_R = j(\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} (mk/R) \cos \alpha_1 z \, J_m(\alpha_2 R) \sin m\Phi$$

$$H_\Phi = j(\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} \alpha_2 k \cos \alpha_1 z \, J'_m(\alpha_2 R) \cos m\Phi$$

Onde TE_{mnp} (transverse électrique)

$$E_z = 0$$

$$E_R = j(\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2} (mk/R) \sin \alpha_1 z \, J_m(\alpha_2 R) \sin m\Phi$$

$\bar{E}$

$$E_\Phi = j(\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2} \alpha_2 k \sin \alpha_1 z \, J'_m(\alpha_2 R) \cos m\Phi$$

$$H_z = -\alpha_2^2 \sin \alpha_1 z \, J_m(\alpha_2 R) \cos m\Phi$$

$\bar{H}$

$$H_R = -\alpha_1 \alpha_2 \cos \alpha_1 z \, J'_m(\alpha_2 R) \cos m\Phi$$

$$H_\Phi = (m\alpha_1/R) \cos \alpha_1 z \, J_m(\alpha_2 R) \sin m\Phi$$

où $k^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2$

avec $\alpha_1 = P\pi/L$

$\alpha_2 = U_{mn}/a$

L : longueur de la cavité
a : rayon de la cavité
U_{mn} : racine de l'équation de BESSEL
p : nombre entier longitudinal déterminant la périodicité

APPENDICE C - EXPRESSION DES CHARGES ET DES COURANTS A L'AIDE DES POLARISATIONS ELECTRIQUE ET MAGNETIQUE

Exprimons l'équation de propagation du champ électrique à l'aide des expressions (76) et (77). On obtient (pour une variation temporelle en $e^{j\omega t}$) :

$$\text{rot rot } \bar{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \bar{E} = -j\omega\mu_0 (j\omega \bar{P} + \text{rot } \bar{M})$$

le terme de droite $\boxed{(j\omega \bar{P} + \text{rot } \bar{M})}$ étant la source de courant.

D'autre part, si l'on exprime l'équation de conservation de la charge, on a :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\,(j\omega \bar{P} + \text{rot } \bar{M}) = 0$$

soit : $j\omega\rho + j\omega \,\text{div}\, \bar{P} = 0$

car : $\text{div rot } \bar{X} = 0 \qquad \forall\, \bar{X}$

d'où l'on tire : $\text{div}\, \bar{P} = -\rho$

Montrons que l'on vérifie bien l'équation de POISSON. Reprenons (77) :

$$\text{div}\, \bar{D} = 0$$

et en remplaçant $\bar{D}$ par son expression (77) :

$$\text{div}\, \bar{E} = -\frac{\text{div}\, \bar{P}}{\varepsilon_0}$$

et d'après $\text{div}\, \bar{P} = -\rho$ on trouve : $\boxed{\text{div}\, \bar{E} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$

équation de POISSON.

On peut donc utiliser la polarisation électrique pour tenir compte de toutes les charges (en volume et en surface), et la polarisation magnétique pour tenir compte des courants de surface (voir en particulier la référence /23/).

APPENDICE D - POLARISATION MAGNETIQUE

Le moment magnétique $\bar{M}$ est donné par :

$$\bar{M} = \frac{\rho}{2} (\bar{r} \times \bar{v})$$

Comme pour la polarisation électrique $\bar{P}$, nous définissons un état d'équilibre stationnaire autour de laquelle une perturbation en $e^{j(\omega t - \varphi)}$ apparaît. Toutes les quantités sont moyennées sur θ.

A l'ordre 0 apparaît un moment magnétique M_{z0}:

$$M_{z0} = \rho_0 \bar{\omega}_c r_0^2/2 \qquad \bar{M}_{\perp 0} = 0$$

A l'ordre 1 :

$$\boxed{M_{z1} = \delta_\rho \beta_\perp^2 c^2/(2\omega_c)}$$

$$\bar{M}_{\perp 1} \simeq c \begin{pmatrix} 2D(\omega-\omega_c)-1 & j \\ -j & 2D(\omega-\omega_c)-1 \end{pmatrix} \bar{H}_\perp$$

avec c :

$$c = D\omega_c / [1 - 2\omega_c + 2D^2\omega_c(\omega-\omega_c)]$$

et D :

$$D = (\omega_p^2/\gamma_\perp \omega_c^2)(\beta_\perp^2/4\omega_c c^2)$$

On vérifie aisément, à la résonance :

$$\boxed{\lim_{\omega \to \omega_c} \bar{M}_{\perp 1} \simeq 0}$$

APPENDICE E - DETERMINATION DE n et ν

L'équation de LEGENDRE, pour des angles petits, peut s'écrire /28/ en posant : $U = R(\rho)\,\Psi(\Psi)\,f(\theta)$

$$\frac{d^2 f}{d\theta^2} + \frac{1}{\theta}\,\frac{df}{d\theta} + \nu(\nu+1)\,f = 0$$

dont la solution générale est :

$$C J_0\left(\theta\sqrt{\nu(\nu+1)}\right) + D\,Y_0\left(\theta\sqrt{\nu(\nu+1)}\right)$$

étant donné les conditions aux limites, on doit avoir :

$$\theta\sqrt{\nu(\nu+1)} = u_{mn}$$

pour le mode TE_{021}, nous trouvons ainsi :

$$\boxed{\nu \simeq 66.5}$$

soit : $n = \nu - \frac{1}{2}$

donne : $\boxed{n = 66}$

APPENDICE F - COEFFICIENT DE SURTENSION DE LA CAVITE

Le champ E.M (V) est solution de l'équation :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} + \frac{\partial^2}{\partial R^2} + k^2\right) V = 0 \qquad (k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0)$$

soit en posant : $V = \Phi(\Phi)\, R(R)\, Z(z)$

nous obtenons le système suivant :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} + m^2\right)\Phi = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \alpha_1^2\right) Z = 0$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} + \left(\alpha_2^2 - \frac{m^2}{R^2}\right)\right] R = 0$$

qui nous donne : $$V = \left\{\begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix}\right\} \alpha_1 z \;\; J_m(\alpha_2 R) \cos m\Phi$$

Si l'on considère une onde TE, on sait que

$$E_R\big|_{z=0} = E_\Phi\big|_{z=0} = E_R\big|_{z=b} = E_\Phi\big|_{z=b} = 0$$

et que $$E_\Phi\big|_{R=a} = 0$$

De plus, le champ électrique doit vérifier l'équation de continuité :

$$\operatorname{div} \bar{E} = 0$$

soit : $$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} R E_R + \frac{1}{R}\frac{\partial E_\Phi}{\partial \Phi} = 0$$

avec : $$E_R = E_1 \sin \alpha_1 z \sin m\Phi \; J_m(\alpha_2 R)/R$$

$$E_\Phi = E_2 \sin \alpha_1 z \cos m\Phi \; J'_m(\alpha_2 R)$$

On voit facilement qu'il faut prendre :

$$E_1 = \frac{m}{\alpha_2} E_2$$

soit le mode TE_{021} $$\Rightarrow E_\theta = -E_2 \sin \alpha_1 z \; J_1(\alpha_2 \rho)$$

.../...

On veut que E_Φ soit maximal au ~~mode~~ de J_1, soit a_M ce max.

On a de : $|E_\Phi|_{max} = E_2 J_1(\alpha_2 a_M) = E_0$

d'où : $E_2 = E_0 / J_1(\alpha_2 a_M)$ $\quad (a_m = 1.8/\alpha_2)$

finalement $\boxed{E_\Phi = -E_0 \sin \alpha_1 z \; J_1(\alpha_2 R) / J_1(\alpha_2 a_M)}$

Les composantes du champ magnétique s'obtiennent aisément à partir de la première équation de MAXWELL FARADAY :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$ qui, dans le cas d'ondes harmoniques, donne :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu \vec{H} \quad \text{soit} \quad \vec{H} = -\frac{j}{\omega\mu} \vec{\nabla} \times \vec{E}$$

Calcul de l'énergie emmagasinée dans la cavité

$$\langle W \rangle = 2\langle W_e \rangle = \frac{1}{4} 2\varepsilon_0 \int_{V \text{ volume de la cavité}} E_\Phi E_\Phi^* \, dV$$

$$\Rightarrow \langle W \rangle = \frac{1}{4} \varepsilon_0 E_0^2 \; a^2 b \pi \; J_0^2(\alpha_2 a) / J_1^2(\alpha_2 a_M)$$

$a = 0.98$ cm
$b = 1.96$ cm
$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-14}$ F/cm
$E_0 = 75 \times 10^3$ V/cm
$\omega = 2\pi \times 35 \times 10^9$ s^{-1}
$P = 200 \times 10^3$ W

$\Rightarrow$

$\langle W \rangle \sim 1.96 \times 10^{-4}$ J

$$\Rightarrow Q = \frac{2\pi \times 35 \times 10^9 \times 10^{-4} \times 1.96}{2 \times 10^5}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{Q \sim 216}$$

Facteur de surtension ou Q_{ex} de la cavité.

BIBLIOGRAPHIE

/1/ : A.V. GAPONOV, A.L. Gol'denberg; D.P. GRIGOR'EV, I.M. ORLOVA, T.B. PANKRATOVA & M.I. PETELIN J.E.T.P. Letters 2, n° 9, 267-269 (1965)

/2/ : R.Q. TWISS - Australian Journal of Physics 2, 564-579 (1958)

/3/ : J. SCHNEIDER - Physical Review letters 2, n° 12, 504-505 (1959)

/4/ : B. ETLICHER - Thèse de 3ème cycle, Université de PARIS XI (1977)

/5/ : J.L. HIRSHFIELD and V.L. GRANASTEIN

IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-25, n° 6, 522-527 (1977)

/6/ : A.A. KURAYEV, F.G. SHEVCHENKO and V.P. SHESTAKOVICH
Radio Engeneering and Electronic physics, 14, 96-103 (1974)

/7/ : M.E. READ, R.M. GILGENBACH, R.F. LUCEY; Jr; K.R. CHU, A.T. DRABOT and V.L. GRANASTEIN
IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol MTT-28, n° 8, 875-878 (1980)

/8/ : S.W VLASOV, G.M. ZHISLIN, I.M. ORLOVA; M.I. PETELIN and G.G. ROGACHEVA
Radioph. 8, Quant. Elect., vol. 12, n° 8, p. 972-978 (1969)

/9/ : R.S. SYMONS and H.R. JORY
Advances in Electronics and Electron Physics vol. 55, 1-75 (1980)

/10/ : B. ETLICHER, A. HUETZ, JM. BUZZI, P. HALDENWANG and D. LEQUEAU
Journal of Applied Physics 51, n° 1, 61-67 (1980)

/11/ : G.L. CHEN, K.T. CHANG and T.C. FAU
International Journal of Infrared and Millimeter Waves, vol. I, n° 2, 247-254 (1980)

/12/ : V.A. FLYAGIN, A.V. GAPONOV, M.I. PETELIN and V.K. YULPATOV
IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques vol. MTT-25, n° 6, 514-521 (1977)

/13/ : M. ABRAMOWITZ, I.A. STEGUN - Hanbook of Mathematical Functions
Dover publication, New-York, p. 363 (1965)

/14/ : M.K. HALDAR and A.H. BECK
Electronics Letters, vol. 15, n° 16, 487-489 (1979)

/15/ : M. FREIDMAN, D.A. HAMMER, W.M. MANHEIMER and P. SPRANGLE
Physical Review Letters, 31, n° 12, 752-755 (1973)

/16/ : P. SPRANGLE and A.T. DROBOT
IEEE Transactions ou Microwave Theory and Techniques, vol MTT-25, n° 6, 528-544 (1977)

/17/ : O. DOEHLER, G. DÖHLER and S.T. SMITH
IEEE Transactions on Electron Devices, vol. ED-26, n° 10, 1655-1661 (1979)

/18/ : E. OTT and W. MANHEIMER
IEEE Transcations on Plasma Science, vol . ps-3, n° 1, p. 1-5 (1975)

/19/ : J.M. WACHTEL, E.J. WACHTEL
Applied Physics Letters 37, n° 12, 1059-1061 (1981)

/20/ : E. ETLICHER, J.M. BUZZI
Proceedings Letters of the 3rd Int. Top. Conf.on high Power Electron and ion beam research an technology, Novosibirsk, Vol. II, 745-748 (July 3-6, 1979)

/21/ : J.Y. CHOE and S. AHN
IEEE Transactions on Electron Devices, volED-28, n° 1, 94-102 (1981)

/22/ : P. CHARBIT, A. HERSCOVICI, G. MOURIER
International Journal of Electronics, soumis pour publication (1981)

/23/ : W.K.H. PANOFSKY and M. PHILLIPS
Classical Electricity and Magnestism, addison-Wesley pub. cy. second eddition, U.S.A. (1962)

/24/ : G. MOURIER - International symposium Heating in Toroidal plasma, Grenoble, France, 215-220 (July 3-7 1978)

/25/ : G. MOURIER
AEÜ Archiv Für Elektronik und übertragungstechnick (electronics and communication) 34, n° 12, 473-484 (1980)

/26/ : Y.Y. LAU, K.R. CHU, L. BARNETT and V.L. GRANASTEIN
Rapport Interne du NRL, n° 4303 (1980)

/27/ : Y.Y. LAU; K.R. CHU and L. BARNET
Rapport Interne du NRL n° 4304 (1980)

/28/ : A. ANGOT - Compléments de mathématique 6ème édition, Masson et Cie (1972)

/29/ : N. MARCUVITZ - Waveguide Handbook, Radiation Laboratory Series n° 10 MIT, p. 98-99 (1951)

/30/ : F.L. GINZTON - Microwave Measurements, Mc GRAW-HILL (1957)